

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Schnittpunkte

Aufgabe: Berechne die Schnittpunkte zwischen den Parabeln $f(x) = 1,5x^2 + 6x - 8$ und $g(x) = -0,5x^2$.

Lösung: I. Allgemein gilt: Die Schnittpunktberechnung geschieht über das Gleichsetzen der Funktionen: $f(x) = g(x)$ (*) und das Auflösen der Gleichung (*) nach der Variablen x . Sind x_1, \dots somit die Lösungen der Gleichung (*), so ist durch Einsetzen des x -Wertes x_1, \dots in einen (den leichter errechenbaren) Funktionsterm $f(x)$ oder $g(x)$ der y -Wert $f(x_1) = g(x_1) = y_1, \dots$ des Schnittpunkts zu ermitteln, so dass sich als Schnittpunkt $P_1(x_1|y_1), \dots$ ergibt.

II. Wir berechnen durch Gleichungsumformung die x -Koordinaten der zu suchenden Schnittpunkte:

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 1,5x^2 + 6x - 8 &= -0,5x^2 && | +0,5x^2 \\ 2x^2 + 6x - 8 &= 0 && | :2 \\ x^2 + 3x - 4 &= 0 && \text{(abc-Formel: } a = 1, b = 3, c = -4) \end{aligned}$$
$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2}$$
$$x_1 = \frac{-3 - 5}{2} = \frac{-8}{2} = -4, \quad x_2 = \frac{-3 + 5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad \text{Lösungen: } x_1 = -4, x_2 = 1$$

III. Die y -Koordinaten der Schnittpunkte lässt sich durch Einsetzen des jeweils gefundenen x -Werts $x_1 = -4, x_2 = 1$ etwa in den Funktionsterm der Parabel $g(x)$ ermitteln:

$$x_1 = -4 \Rightarrow y_1 = g(-4) = -0,5 \cdot (-4)^2 = -8 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } P(-4|-8)$$

$$x_2 = 1 \Rightarrow y_2 = g(1) = -0,5 \cdot 1^2 = -0,5 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } Q(1|-0,5)$$

Die gesuchten Schnittpunkte zwischen den Parabeln lauten damit: $P(-4|-8), Q(1|-0,5)$.

