

# Mathematikaufgaben

## > Funktionen

## > Schnittpunkte

**Aufgabe:** Berechne die Schnittpunkte zwischen den quadratischen Funktionen  $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$  und  $g(x) = -x^2 - 5x + 4$ .

**Lösung:** I. Allgemein gilt: Die Schnittpunktberechnung geschieht über das Gleichsetzen der Funktionen:  $f(x) = g(x)$  (\*) und das Auflösen der Gleichung (\*) nach der Variablen  $x$ . Sind  $x_1, \dots$  somit die Lösungen der Gleichung (\*), so ist durch Einsetzen des  $x$ -Wertes  $x_1, \dots$  in einen (den leichter errechenbaren) Funktionsterm  $f(x)$  oder  $g(x)$  der  $y$ -Wert  $f(x_1) = g(x_1) = y_1, \dots$  des Schnittpunkts zu ermitteln, so dass sich als Schnittpunkt  $P_1(x_1|y_1), \dots$  ergibt.

II. Wir berechnen durch Gleichungsumformung die  $x$ -Koordinaten der zu suchenden Schnittpunkte:

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 2x^2 - 3x - 1 &= -x^2 - 5x + 4 && | +x^2 \\ 3x^2 - 3x - 1 &= -5x + 4 && | +5x \\ 3x^2 + 2x - 1 &= 4 && | -4 \\ 3x^2 + 2x - 5 &= 0 && \text{(abc-Formel: } a = 3, b = 2, c = -5) \end{aligned}$$
$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-5)}}{2 \cdot 3} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 60}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{-2 \pm 8}{6}$$
$$x_1 = \frac{-2 - 8}{6} = \frac{-10}{6} = -\frac{5}{3}, \quad x_2 = \frac{-2 + 8}{6} = \frac{6}{6} = 1 \quad \text{Lösungen: } x_1 = -5/3, x_2 = 1$$

III. Die  $y$ -Koordinaten der Schnittpunkte lässt sich durch Einsetzen des jeweils gefundenen  $x$ -Werts  $x_1 = -5/3, x_2 = 1$  etwa in den Funktionsterm der Parabel  $f(x)$  ermitteln:

$$x_1 = -5/3 \Rightarrow y_1 = f(-5/3) = 2 \cdot (-5/3)^2 - 3 \cdot (-5/3) - 1 = 9,5 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } P(-5/3|86/9)$$

$$x_2 = 1 \Rightarrow y_2 = f(1) = 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 - 1 = -2 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } Q(1|-2)$$

Die gesuchten Schnittpunkte zwischen den Parabeln lauten damit:  $P(-5/3|86/9), Q(1|-2)$ .

