

# Mathematikaufgaben

## > Statistik/Stochastik

## > Erwartungswert, Bernoulli-Experiment

---

**Aufgabe:** Ein Glücksrad ist in die drei Sektoren „rot“, „blau“ und „weiß“ eingeteilt.

a) Der Sektor „rot“ umfasst einen Kreisausschnitt mit Kreisausschnittwinkel  $60^\circ$ , zum Sektor „blau“ gehört der Winkel  $120^\circ$ , der Sektor „weiß“ belegt den Rest der Glücksradscheibe. Das Glücksrad wird bei einem Einsatz von € 2,- einmal gedreht. Kommt es auf dem Sektor „rot“ zu stehen, erhält der Spieler € 5,- ausbezahlt, bei „blau“ € 2,-, sonst nichts. Ermittle den Erwartungswert zum Spiel.

b) Das Spiel soll fair sein. Ermittle den Spieleinsatz, wenn die Kreisausschnitte und die Auszahlungen unverändert bleiben.

c) Das Spiel soll fair sein. Berechne den Auszahlungsbetrag für „rot“, wenn die anderen Auszahlungen gleich bleiben und der Spieleinsatz € 2,- beträgt.

d) Das Spiel soll fair sein. Berechne, wie sich die Kreisausschnittwinkel der Sektoren „rot“ und „blau“ bzw. „rot“ und „weiß“ verschieben, wenn die Auszahlungen und der Spieleinsatz (gemäß a)) beibehalten werden.

e) Das Glücksrad mit den Segmenten „rot“ ( $60^\circ$ ), „blau“ ( $120^\circ$ ) und „weiß“ wird nun vier Mal gedreht. Berechne die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse:

A: Das Glücksrad kommt genau drei Mal auf dem Feld „rot“ zu stehen.

B: Es kommt genau einmal „weiß“ vor.

C: Es wird höchstens zweimal „weiß“ gedreht.

D: Es wird nicht einmal „blau“ gedreht.

E: Es wird mehr als zweimal „rot“ gedreht.

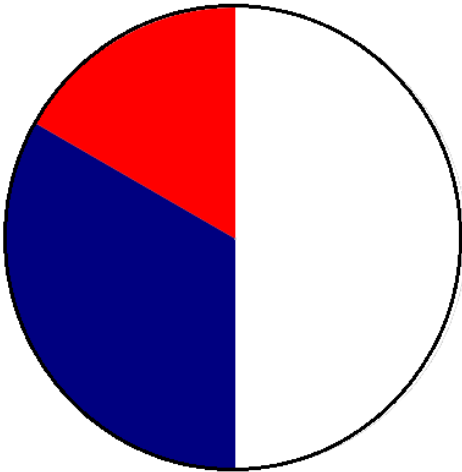
F: Das Glücksrad kommt erst auf „rot“, dann auf „weiß“, „rot“ und „blau“ zu stehen.

G: Beim ersten Drehen erscheint „rot“ beim zweiten „blau“ oder umgekehrt.

f) Die Zufallsgröße  $X$  zählt die Anzahl der Drehungen des Glücksrads auf „rot“. Ihr Erwartungswert ist  $\mu = 7,2$ , ihre Standardabweichung  $\sigma = 2,4$ . Bestimme Trefferwahrscheinlichkeit und Versuchszahl sowie den Kreisausschnittwinkel des Segments „rot“.

**Lösung:** a) I. Zufallsexperimente (Zufallsversuche, Zufallsvorgänge) sind mathematisch modellierte Prozesse, die auf der (endlichen) Wiederholung (Mehrstufigkeit) einer gleichen festgelegten Versuchssituation (Merkmale, Versuchsausgänge) beruhen, wobei die (abzählbar-endlichen) möglichen Ergebnisse einer solchen Versuchsdurchführung ebenso wie die Ergebniswahrscheinlichkeiten (als relative Häufigkeiten [Gesetz der großen Zahlen]) bekannt sind. Zufallsexperimente lassen sich durch sog. Wahrscheinlichkeitsbäume (aus Knoten, Verzweigungen [Ausgänge, Merkmalsausprägungen], Kanten [Zweige] und Pfaden [Äste]) darstellen, die Ergebnisse und Wahrscheinlichkeiten anzeigen. Zufallsexperimente, die auf Ergebnisse mit immer derselben Wahrscheinlichkeit hinführen, heißen Laplace-Experimente. Ergebnisse sind Elementarereignisse, Ereignisse sind Zusammenfassungen von Ergebnissen (Mengenlehre der Ereignisse), die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses errechnet sich gemäß den Pfadregeln (Multiplikation von Wahrscheinlichkeiten innerhalb eines Pfades, Addition von Wahrscheinlichkeiten verschiedener Pfade); die Wahrscheinlichkeit aller Ergebnisse eines Zufallsexperiments stellt eine Wahrscheinlichkeitsverteilung dar; die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Ergebnisse ergibt das sichere Ereignis. Aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung ergibt sich der Erwartungswert als Summe der Produkte aus Wert einer Zufallsgröße und Wahrscheinlichkeit für diesen Wert. Die Zufallsgröße (Zufallsvariable) ordnet Ereignissen des Zufallsexperiments reelle Zahlen zu.

## II. Wir erstellen zum Glücksrad



und zum Wahrscheinlichkeitsbaum ( $p(\text{rot}) = 60/360 = 1/6$ ,  $p(\text{blau}) = 120/360 = 1/3$ ,  $p(\text{weiß}) = 1 - p(\text{rot}) - p(\text{blau}) = 1/2$ )

<input type="checkbox"/>	1/6 rot	>	$p(\text{rot}) =$	0.1666667	1
<input type="checkbox"/>					
<input type="checkbox"/>	1/3 blau	>	$p(\text{blau}) =$	0.3333333	2
<input type="checkbox"/>					
<input type="checkbox"/>	1/2 weiß	>	$p(\text{weiß}) =$	0.5	3

eine Tabelle zur Bestimmung des Erwartungswerts:

Ereignis	rot	blau	weiß	
Auszahlung	5	2	0	Summe
Wahrscheinlichkeit	1/6	1/3	1/2	1

Der Erwartungswert errechnet sich dann als:

$$E = 5 \cdot 1/6 + 2 \cdot 1/3 + 0 \cdot 1/2 - 2 = -0,50 \text{ €}$$

(mittlerer Auszahlungsbetrag minus Einsatz) und gibt den durchschnittlichen Verlust des Spielers bei Durchführen des Spiels an.

b) Das Spiel soll fair sein, d.h.: der Erwartungswert verschwindet:  $E = 0$ . Dementsprechend soll der Spieleinsatz  $x$  angepasst werden. Es gilt also:

$$E = 5 \cdot 1/6 + 2 \cdot 1/3 + 0 \cdot 1/2 - x = 0 \Leftrightarrow 1,5 - x = 0 \Leftrightarrow x = 1,50 \text{ €}.$$

Für ein faires Spiel muss also der Spieleinsatz € 1,50 betragen.

c) Das Spiel soll fair sein, d.h.: der Erwartungswert verschwindet:  $E = 0$ . Dementsprechend soll die Auszahlung  $x$  für „rot“ angepasst werden. Es gilt also:

$$E = x \cdot 1/6 + 2 \cdot 1/3 + 0 \cdot 1/2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x/6 - 4/3 = 0 \Leftrightarrow x/6 = 4/3 \Leftrightarrow x = 8 \text{ €}.$$

Für ein faires Spiel muss also die Auszahlung für „rot“ € 8,- betragen.

d) I. Das Spiel soll fair sein, d.h.: der Erwartungswert verschwindet:  $E = 0$ . Wir verändern nun die Segmentgrößen über deren Kreisabschnittswinkel. Zunächst verändern wir die Segmente „rot“ und „blau“ und damit deren Wahrscheinlichkeit und erhalten auf Grundlage der folgenden Übersicht:

Ereignis	rot	blau	weiß	
Auszahlung	5	2	0	Summe
Wahrscheinlichkeit	$x$	$1/2 - x$	1/2	1

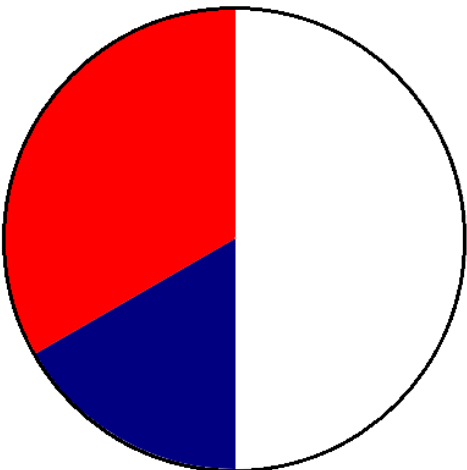
die Beziehung:

$$E = 5 \cdot x + 2 \cdot (1/2 - x) + 0 \cdot 1/2 - 2 = 0.$$

Auflösen der Gleichung nach x ergibt:

$$5 \cdot x + 2 \cdot (1/2 - x) + 0 \cdot 1/2 - 2 = 0 \Leftrightarrow 5x + 1 - 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x = 1 \Leftrightarrow x = 1/3.$$

Der Kreisausschnittwinkel für das Segment „rot“ ist  $\alpha_{\text{rot}} = 120^\circ$ , für das Segment „blau“  $\alpha_{\text{blau}} = 60^\circ$ .



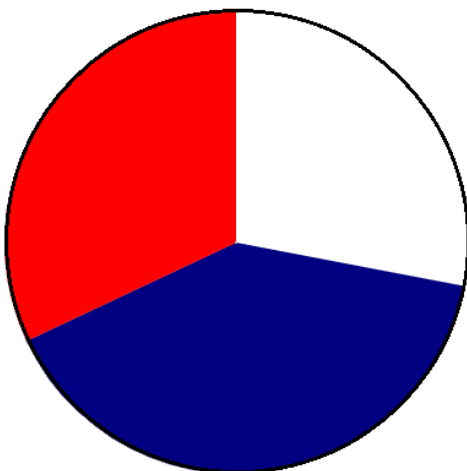
II. Ähnliches gilt für den Abgleich hinsichtlich der Segmente „rot“ und „weiß“. Wir erhalten die Übersicht:

Ereignis	rot	blau	weiß	
Auszahlung	5	2	0	Summe
Wahrscheinlichkeit	x	1/3	2/3 - x	1

und damit:

$$E = 5 \cdot x + 2 \cdot 1/3 + 0 \cdot (2/3 - x) - 2 = 0 \Leftrightarrow 5x + 2/3 - 2 = 0 \Leftrightarrow 5x - 4/3 = 0 \Leftrightarrow 5x = 4/3 \Leftrightarrow x = 4/15.$$

Der Kreisausschnittwinkel für das Segment „rot“ ist nun  $\alpha_{\text{rot}} = 4/15 \cdot 360^\circ = 96^\circ$ , für das Segment „weiß“  $\alpha_{\text{weiß}} = 180^\circ - 96^\circ = 84^\circ$ .



e) I. Ein Bernoulli-Experiment ist ein Zufallsexperiment mit zwei Ausgängen (T = Treffer, N = Nichttreffer), der Grundwahrscheinlichkeit p als Trefferwahrscheinlichkeit, der Anzahl n der Experimentwiederholung „mit Zurücklegen“. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Treffer bei n-maliger Wiederholung des Experiments an. Sie ist B(n; p)-binomialverteilt für die mit den Parametern n (Anzahl der Versuchswiederholungen) und p (Trefferwahrscheinlichkeit) und genügt der Bernoulliformel:

$$p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, k = 0, 1, \dots, n.$$

mit  $\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  als Binomialkoeffizienten. Als Rechenregeln im

Zusammenhang mit der Bernoulliformel ergeben sich:

$$\begin{aligned}
p(X=0) &= (1-p)^n \\
p(X=n) &= p^n \\
p(X \leq k) &= p(X=0) + p(X=1) + \dots + p(X=k) = 1 - p(X > k) \\
p(X < k) &= p(X \leq k-1) = 1 - p(X \geq k) \\
p(X \geq k) &= 1 - p(X \leq k-1) \\
p(X > k) &= p(X \geq k+1) = 1 - p(X \leq k) \\
p(k_1 \leq X \leq k_2) &= p(X=k_1) + \dots + p(X=k_2) = p(X \leq k_2) - p(X \leq k_1-1) \\
p(k_1 < X \leq k_2) &= p(X=k_1+1) + \dots + p(X=k_2) = p(X \leq k_2) - p(X \leq k_1) \\
p(k_1 \leq X < k_2) &= p(X=k_1) + \dots + p(X=k_2-1) = p(X \leq k_2-1) - p(X \leq k_1-1) \\
p(k_1 < X < k_2) &= p(X=k_1+1) + \dots + p(X=k_2-1) = p(X \leq k_2-1) - p(X \leq k_1).
\end{aligned}$$

II. Für die zu berechnenden Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A bis E können wir von einem Bernoulli-Experiment mit Zufallsgröße X ausgehen, wenn wir die Dichotomien „rot“ – „nicht rot“ (Ereignis A, E), „weiß“ – „nicht weiß“ (Ereignis B, C) und „blau“ – „nicht blau“ (Ereignis D) betrachten. In jedem Fall ergeben sich die nachstehenden Wahrscheinlichkeitsbäume und Wahrscheinlichkeiten.

III. Fall: „rot“ – „nicht rot“ (Ereignis A, E). Es ergibt sich:

Wahrscheinlichkeitsbaum (rot = Treffer, nrot = Nichttreffer):

			0.1667 rot	>	p(rot;rot;rot;rot) = 0.0007716	1
			0.1667 rot			
			0.8333 nrot	>	p(rot;rot;rot;nrot) = 0.0007716	2
		0.1667 rot				
			0.1667 rot	>	p(rot;rot;nrot;rot) = 0.0007716	3
			0.8333 nrot			
			0.8333 nrot	>	p(rot;rot;nrot;nrot) = 0.0007716	4
	0.1667 rot					
			0.1667 rot	>	p(rot;nrot;rot;rot) = 0.0007716	5
			0.1667 rot			
			0.8333 nrot	>	p(rot;nrot;rot;nrot) = 0.0007716	6
		0.8333 nrot				
			0.1667 rot	>	p(rot;nrot;nrot;rot) = 0.0007716	7
			0.8333 nrot			
			0.8333 nrot	>	p(rot;nrot;nrot;nrot) = 0.0007716	8
			0.1667 rot	>	p(nrot;rot;rot;rot) = 0.0007716	9
			0.1667 rot			
			0.8333 nrot	>	p(nrot;rot;rot;nrot) = 0.0007716	10
		0.1667 rot				
			0.1667 rot	>	p(nrot;rot;nrot;rot) = 0.0007716	11
			0.8333 nrot			
			0.8333 nrot	>	p(nrot;rot;nrot;nrot) = 0.0007716	12
	0.8333 nrot					
			0.1667 rot	>	p(nrot;nrot;rot;rot) = 0.0007716	13
			0.1667 rot			
			0.8333 nrot	>	p(nrot;nrot;rot;nrot) = 0.0007716	14
		0.8333 nrot				
			0.1667 rot	>	p(nrot;nrot;nrot;rot) = 0.0007716	15
			0.8333 nrot			
			0.8333 nrot	>	p(nrot;nrot;nrot;nrot) = 0.0007716	16

Gemäß der Wahrscheinlichkeitstabelle der Zufallsgröße X, die mit Trefferwahrscheinlichkeit  $p = 1/6$  und Anzahl  $n = 4$  der Versuchsdurchführungen die Anzahl von „rot“ zählt ( $B(4; 1/6)$ ):

$n = 4$	$B(4; 1/6)$	$p = 1/6$
$k =$	$p(X=k) =$	$p(x \leq k) =$
0	0.482253	0.482253
1	0.385802	0.868056
2	0.115741	0.983796
3	0.015432	0.999228
4	0.000772	1

errechnen sich (mit Hilfe der Bernoulliformel) die gesuchten Wahrscheinlichkeiten als:

$$p(A) = p(X=3) = 0.015432$$

$$p(E) = p(X>2) = 1 - p(X \leq 2) = 1 - 0.983796 = 0.016204.$$

IV. Fall: „weiß“ – „nicht weiß“ (Ereignis B, C). Es ergibt sich:

Wahrscheinlichkeitsbaum (weiß = Treffer, nweiß = Nichttreffer):

			0.5 weiß	>	$p(\text{weiß};\text{weiß};\text{weiß};\text{weiß}) = 0.0625$	1
			0.5 weiß			
			0.5 nweiß	>	$p(\text{weiß};\text{weiß};\text{weiß};\text{nweiß}) = 0.0625$	2
		0.5 weiß				
			0.5 weiß	>	$p(\text{weiß};\text{weiß};\text{nweiß};\text{weiß}) = 0.0625$	3
			0.5 nweiß			
			0.5 nweiß	>	$p(\text{weiß};\text{weiß};\text{nweiß};\text{nweiß}) = 0.0625$	4
	0.5 weiß					
			0.5 weiß	>	$p(\text{weiß};\text{nweiß};\text{weiß};\text{weiß}) = 0.0625$	5
			0.5 weiß			
			0.5 nweiß	>	$p(\text{weiß};\text{nweiß};\text{weiß};\text{nweiß}) = 0.0625$	6
		0.5 nweiß				
			0.5 weiß	>	$p(\text{weiß};\text{nweiß};\text{nweiß};\text{weiß}) = 0.0625$	7
			0.5 nweiß			
			0.5 nweiß	>	$p(\text{weiß};\text{nweiß};\text{nweiß};\text{nweiß}) = 0.0625$	8
			0.5 weiß	>	$p(\text{nweiß};\text{weiß};\text{weiß};\text{weiß}) = 0.0625$	9
			0.5 weiß			
			0.5 nweiß	>	$p(\text{nweiß};\text{weiß};\text{weiß};\text{nweiß}) = 0.0625$	10
		0.5 weiß				
			0.5 weiß	>	$p(\text{nweiß};\text{weiß};\text{nweiß};\text{weiß}) = 0.0625$	11
			0.5 nweiß			
			0.5 nweiß	>	$p(\text{nweiß};\text{weiß};\text{nweiß};\text{nweiß}) = 0.0625$	12
	0.5 nweiß					
			0.5 weiß	>	$p(\text{nweiß};\text{nweiß};\text{weiß};\text{weiß}) = 0.0625$	13
			0.5 weiß			
			0.5 nweiß	>	$p(\text{nweiß};\text{nweiß};\text{weiß};\text{nweiß}) = 0.0625$	14
		0.5 nweiß				
			0.5 weiß	>	$p(\text{nweiß};\text{nweiß};\text{nweiß};\text{weiß}) = 0.0625$	15
			0.5 nweiß			
			0.5 nweiß	>	$p(\text{nweiß};\text{nweiß};\text{nweiß};\text{nweiß}) = 0.0625$	16

Gemäß der Wahrscheinlichkeitstabelle der Zufallsgröße X, die mit Trefferwahrscheinlichkeit

$p = 1/2$  und Anzahl  $n = 4$  der Versuchsdurchführungen die Anzahl von „weiß“ zählt ( $B(4; 1/2)$ ):

$n = 4$	$B(4; 1/2)$	$p = 1/2$
$k =$	$p(X=k) =$	$p(x \leq k) =$
0	0.0625	0.0625
1	0.25	0.3125
2	0.375	0.6875
3	0.25	0.9375
4	0.0625	1

errechnen sich (mit Hilfe der Bernoulliformel) die gesuchten Wahrscheinlichkeiten als:

$$p(B) = p(X=1) = 0.25$$

$$p(C) = p(X \leq 2) = 0.6875.$$

V. Fall: „blau“ – „nicht blau“ (Ereignis D). Es ergibt sich:

Wahrscheinlichkeitsbaum (blau = Treffer, nblau = Nichttreffer):

			0.3333 blau	>	$p(\text{blau;blau;blau;blau}) = 0.0123457$	1
			0.3333 blau			
			0.6667 nblau	>	$p(\text{blau;blau;blau;nblau}) = 0.0123457$	2
			0.3333 blau			
			0.3333 blau	>	$p(\text{blau;blau;nblau;blau}) = 0.0123457$	3
			0.6667 nblau			
			0.6667 nblau	>	$p(\text{blau;blau;nblau;nblau}) = 0.0123457$	4
			0.3333 blau			
			0.3333 blau	>	$p(\text{blau;nblau;blau;blau}) = 0.0123457$	5
			0.3333 blau			
			0.6667 nblau	>	$p(\text{blau;nblau;blau;nblau}) = 0.0123457$	6
			0.6667 nblau			
			0.3333 blau	>	$p(\text{blau;nblau;nblau;blau}) = 0.0123457$	7
			0.6667 nblau			
			0.6667 nblau	>	$p(\text{blau;nblau;nblau;nblau}) = 0.0123457$	8
			0.3333 blau	>	$p(\text{nblau;blau;blau;blau}) = 0.0123457$	9
			0.3333 blau			
			0.6667 nblau	>	$p(\text{nblau;blau;blau;nblau}) = 0.0123457$	10
			0.3333 blau			
			0.3333 blau	>	$p(\text{nblau;blau;nblau;blau}) = 0.0123457$	11
			0.6667 nblau			
			0.6667 nblau	>	$p(\text{nblau;blau;nblau;nblau}) = 0.0123457$	12
			0.6667 nblau			
			0.3333 blau	>	$p(\text{nblau;nblau;blau;blau}) = 0.0123457$	13
			0.3333 blau			
			0.6667 nblau	>	$p(\text{nblau;nblau;blau;nblau}) = 0.0123457$	14
			0.6667 nblau			
			0.3333 blau	>	$p(\text{nblau;nblau;nblau;blau}) = 0.0123457$	15
			0.6667 nblau			
			0.6667 nblau	>	$p(\text{nblau;nblau;nblau;nblau}) = 0.0123457$	16

Gemäß der Wahrscheinlichkeitstabelle der Zufallsgröße X, die mit Trefferwahrscheinlichkeit  $p = 1/3$  und Anzahl  $n = 4$  der Versuchsdurchführungen die Anzahl von „blau“ zählt ( $B(4; 1/3)$ ):

<b>n = 4</b>	<b>B(4; 1/3)</b>	<b>p = 1/3</b>
<b>k =</b>	<b>p(X=k) =</b>	<b>p(x≤k) =</b>
0	0.197531	0.197531
1	0.395062	0.592593
2	0.296296	0.888889
3	0.098765	0.987654
4	0.012346	1

errechnet sich (mit Hilfe der Bernoulliformel) die gesuchte Wahrscheinlichkeit als:  
 $p(D) = p(X \neq 1) = 1 - p(X=1) = 1 - 0.395062 = 0.604938$ .

VI. Zum Ereignis F betrachten wir den folgenden Wahrscheinlichkeitsbaum teilweise:

...							
1/6 rot	1/3 blau	1/3 blau	1/3 blau	>	$p(\text{rot; blau; blau; blau}) =$	0.0061728	14
			1/2 weiß	>	$p(\text{rot; blau; blau; weiß}) =$	0.0092593	15
			1/6 rot	>	$p(\text{rot; blau; weiß; rot}) =$	0.0046296	16
		1/2 weiß	1/3 blau	>	$p(\text{rot; blau; weiß; blau}) =$	0.0092593	17
			1/2 weiß	>	$p(\text{rot; blau; weiß; weiß}) =$	0.0138889	18
			1/6 rot	>	$p(\text{rot; weiß; rot; rot}) =$	0.0023148	19
		1/6 rot	1/3 blau	>	$p(\text{rot; weiß; rot; blau}) =$	0.0046296	20
							<- Ereignis rot, weiß, rot, blau
			1/2 weiß	>	$p(\text{rot; weiß; rot; weiß}) =$	0.0069444	21
			1/6 rot	>	$p(\text{rot; weiß; blau; rot}) =$	0.0046296	22
	1/2 weiß	1/6 blau	1/3 blau	>	$p(\text{rot; weiß; blau; blau}) =$	0.0092593	23
...							

und haben:

$$p(F) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{216} = 0.0046296.$$

VII. Zum Ereignis G betrachten wir unter Ausblendung des 3. und 4. Drehens des Glücksrads den Wahrscheinlichkeitsbaum:

	1/6 rot	>	p(rot; rot) =	0.0277778	1		
	1/6 rot	1/3 blau	>	p(rot; blau) =	0.0555556	2	<- Ereignis rot, blau, ...
		1/2 weiß	>	p(rot; weiß) =	0.0833333	3	
		1/6 rot	>	p(blau; rot) =	0.0555556	4	<- Ereignis blau, rot, ...
	1/3 blau	1/3 blau	>	p(blau; blau) =	0.1111111	5	
		1/2 weiß	>	p(blau; weiß) =	0.1666667	6	
		1/6 rot	>	p(weiß; rot) =	0.0833333	7	
	1/2 weiß	1/3 blau	>	p(weiß; blau) =	0.1666667	8	
		1/2 weiß	>	p(weiß; weiß) =	0.25	9	

Dann ist gemäß den Pfadregeln (und unter Einbeziehung des 3. und 4. Drehens des Glücksrads):

$$p(G) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} \cdot 1 = \frac{2}{18} = \frac{1}{9} = 0.111111.$$

f) I. Bei einem Bernoulli-Experiment mit binomialverteilter Zufallsgröße  $X \sim B(n; p)$  ( $n$ : Anzahl der Versuchswiederholungen,  $p$ : Trefferwahrscheinlichkeit,  $X$  zählt Anzahl der Treffer) gilt hinsichtlich des Erwartungswerts  $E(X)$ :

$$E(X) = \mu = np.$$

Hinsichtlich der Standardabweichung  $\sigma$  folgt:

$$\sigma = \sqrt{np(1-p)}.$$

Sind  $\mu$  und  $\sigma$  gegeben, so lassen sich  $n$  und  $p$  ausrechnen etwa vermöge:

$$\frac{\sigma^2}{\mu} = \frac{(\sqrt{np(1-p)})^2}{np} = \frac{np(1-p)}{np} = 1-p \Leftrightarrow p = 1 - \frac{\sigma^2}{\mu}$$

$$\mu = np \Leftrightarrow n = \frac{\mu}{p} = \frac{\mu}{1 - \frac{\sigma^2}{\mu}} = \frac{\mu}{\frac{\mu - \sigma^2}{\mu}} = \frac{\mu^2}{\mu - \sigma^2}.$$

II. Wir rechnen mit Erwartungswert  $\mu = 7,2$  und Standardabweichung  $\sigma = 2,4$ :

$$\mu = 7,2, \sigma = 2,4 \Rightarrow \mu = 7,2, \sigma^2 = 5,76 \Rightarrow p = 1 - 5,76/7,2 = 0,2$$

$$\mu = 7,2, p = 0,2 \Rightarrow n = 7,2/0,2 = 36.$$

Die Parameter der Zufallsgröße  $X$  sind also:  $n = 36$ ,  $p = 0,2$ . Das Glücksrad wird also 36 Mal gedreht, der Kreisausschnittwinkel für das Segment „rot“ beträgt:

$$\alpha_{\text{rot}} = 0,2 \cdot 360^\circ = 72^\circ.$$