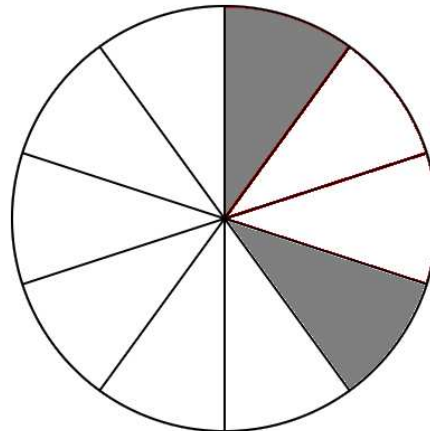


Mathematikaufgaben

> Statistik/Stochastik

> Dreistufiges Zufallsexperiment

Aufgabe: Das nachstehende Glücksrad enthält graue und weiße Felder.



Das Glücksrad wird drei Mal gedreht. Berechne die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:

- A: Das Glücksrad zeigt nur graue Felder an.
- B: Es werden eine graues und zwei weiße Felder gedreht.
- C: Es werden genau zwei graue Felder gedreht.
- D: Beim Drehen erscheint mindestens ein graues Feld.
- E: Beim Drehen erscheint höchstens ein weißes Feld.

Lösung: I. Zufallsexperimente (Zufallsversuche, Zufallsvorgänge) sind mathematisch modellierte Prozesse. Sie lassen sich durch sog. Wahrscheinlichkeitsbäume (aus Knoten, Verzweigungen [Ausgänge, Merkmalsausprägungen], Kanten [Zweige] und Pfaden [Äste]) darstellen, die Ergebnisse und Wahrscheinlichkeiten anzeigen. Ergebnisse gehören jeweils zu einem Pfad im Wahrscheinlichkeitsbaum, Ereignisse sind Zusammenfassungen von Er-

gebissen, die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses errechnet sich gemäß den Pfadregeln (Addition von Wahrscheinlichkeiten verschiedener Pfade, Multiplikation von Wahrscheinlichkeiten entlang eines Pfades).

II. Wir stellen das dreistufige Zufallsexperiment mit Zurücklegen in einem Baumdiagramm dar. Es gilt:

1.	2.	3.	Versuchsdurchführung(en)						
		2/10 grau	> p(grau; grau; grau) = 0.008	1		◀			◀
	2/10 grau								
		8/10 weiß	> p(grau; grau; weiß) = 0.032	2			◀		◀
2/10 grau									
		2/10 grau	> p(grau; weiß; grau) = 0.032	3			◀		◀
	8/10 weiß								
		8/10 weiß	> p(grau; weiß; weiß) = 0.128	4			◀		◀
		2/10 grau	> p(weiß; grau; grau) = 0.032	5			◀		◀
	2/10 grau								
		8/10 weiß	> p(weiß; grau; weiß) = 0.128	6			◀		◀
8/10 weiß									
		2/10 grau	> p(weiß; weiß; grau) = 0.128	7			◀		◀
	8/10 weiß								
		8/10 weiß	> p(weiß; weiß; weiß) = 0.512	8					
		Summe:		1		Auswertung:	Ereignis A	Ereignis B	Ereignis C
		Wahrscheinlichkeitsverteilung							

III. An Wahrscheinlichkeiten für die aufgeführten Ereignisse A, B, C, D, E errechnen sich gemäß den Pfadregeln und der Regel von der Gegenwahrscheinlichkeit:

$$p(A) = p(\text{grau, grau, grau}) = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008$$

$$p(B) = p(1 \times \text{weiß, } 2 \times \text{grau}) = 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,8 + 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,8 + 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 3 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 3 \cdot 0,128 = 0,384$$

$$p(C) = p(2 \times \text{grau}) = p(2 \times \text{grau, } 1 \times \text{weiß}) = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,8 + 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,096$$

$$p(D) = p(\text{mindestens } 1 \times \text{grau}) = 1 - p(0 \times \text{grau}) = 1 - 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 1 - 0,512 = 0,488$$

$$p(E) = p(\text{höchstens } 1 \times \text{weiß}) = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,8 + 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,104.$$