

# Mathematikaufgaben

## > Analysis

### > Unbestimmtes Integral

---

**Aufgabe:** Berechne das unbestimmte Integral

$$\int \frac{\ln^7 x}{x} dx.$$

**Lösung:** I. Es gilt beim Integrieren eines unbestimmten Integrals die Substitutionsregel:

$$\int f(x) dx = \int f(g(u)) \cdot g'(u) du$$

mit:  $x = g(u)$ ,  $du = g'(u) du$  bzw.:

$$\int f(g(x)) g'(x) dx = \int f(u) du$$

mit:  $u = g(x)$ ,  $du = g'(x) dx$ . Ein Spezialfall der Substitution ist:

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)|.$$

II. Wir führen die Integration mit Hilfe einer Substitution durch. Es gilt dabei:

$$\int \frac{\ln^7 x}{x} dx = \int (\ln x)^7 \frac{1}{x} dx \stackrel{\left\{ \begin{array}{l} u = \ln x \\ du = \frac{1}{x} dx \end{array} \right.}{=} \int u^7 du = \frac{1}{8} u^8 \stackrel{\{\ln x = u\}}{=} \frac{1}{8} (\ln x)^8 = \frac{1}{8} \ln^8 x.$$

Das unbestimmte Integral lautet damit:

$$\int \frac{\ln^7 x}{x} dx = \frac{1}{8} \ln^8 x + C \text{ mit } C \text{ als Integrationskonstante.}$$