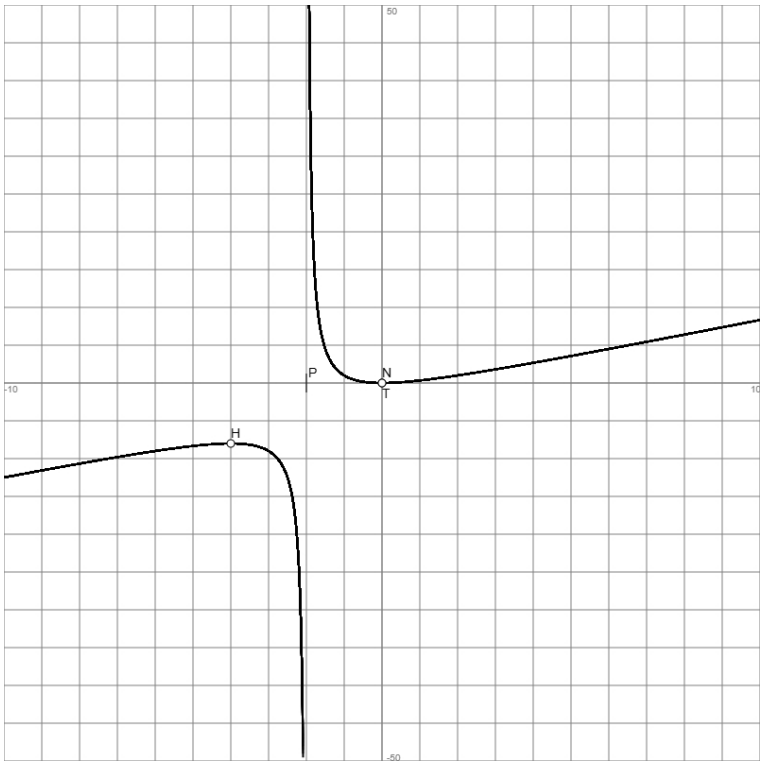
Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Analysis
> Stammfunktion

Aufgabe: Gesucht ist eine Stammfunktion von $f(x)=\frac{x^2}{x+2}$.



Lösung: I. Wir verweisen zunächst auf die Potenzregel:

$$\int \frac{1}{x-a}dx=\ln|x-a|,\ \int \frac{1}{(x-a)^n}dx=-\frac{1}{(n-1)(x-a)^{n-1}}\ \text{(n > 1)}.$$

II. Statt der Partialbruchzerlegung des gebrochen rationalen Integranden $f(x)=\frac{x^2}{x+2}$ verwenden wir beim Integrieren den folgenden Trick in Vorbereitung auf die 3. binomische Formel:

$$\int \frac{x^2}{x+2}dx=\int \frac{x^2-4+4}{x+2}dx=\int \frac{x^2-4}{x+2}dx+\int \frac{4}{x+2}dx=\int \frac{(x-2)(x+2)}{x+2}dx+\int \frac{4}{x+2}dx=$$

$$\int (x-2)dx+\int \frac{4}{x+2}dx=\frac{1}{2}x^2-2x+4\ln|x+2|+C$$

und erhalten eine Stammfunktion: $F(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+4\ln|x+2|$ zu $f(x)=\frac{x^2}{x+2}$.

www.michael-buhlmann.de / 09.2025 / Aufgabe 2506