Michael Buhlmann

Mathematatikaufgaben
> Analysis
> Tangenten

Aufgabe: Gesucht sind die Tangenten an f(x) = $x^3 - 4x$ durch den Punkt P(-1|-1).

Lösung: Die Punkt-Steigungsform einer Geraden leitet über zu der Gleichung der Tangente an eine Funktion f(x) durch einen Punkt P(x_1|y_1) außerhalb von f(x):

$$\text{t: } \frac{y_1 - f(u)}{x_1 - u} = f'(u)$$

Mit dem Ansatz erhalten wir auf Grund von f'(x) = $3x^2$–4:

$$\frac{-1-(u^3-4u)}{-1-u} = 3u^2 - 4 \Leftrightarrow \frac{-1-u^3+4u}{-1-u} = 3u^2 - 4 \Leftrightarrow -1-u^3+4u = (3u^2-4)(-1-u) \Leftrightarrow$$

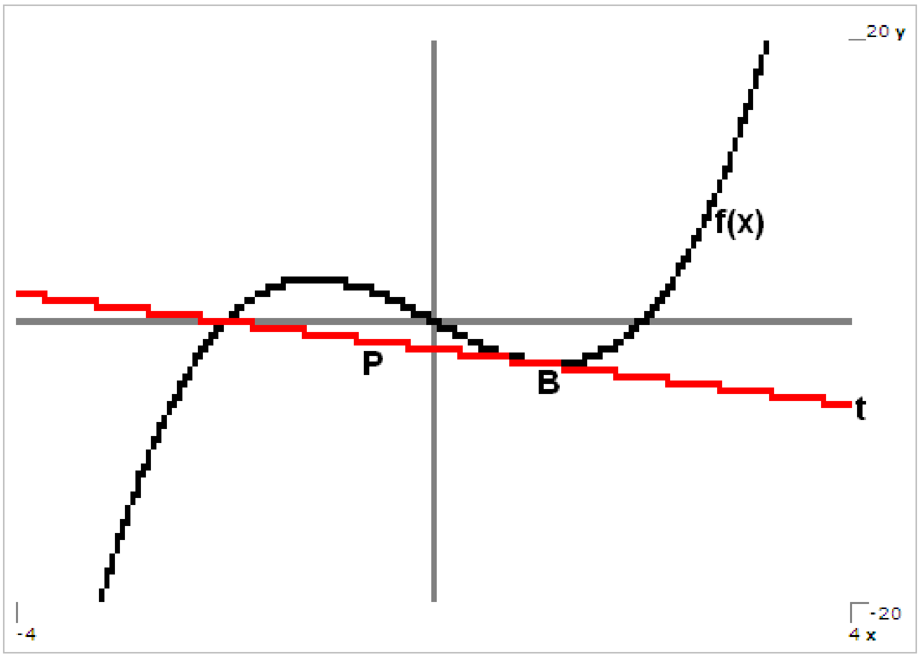
$$-1-u^3+4u = -3u^2 - 3u^3 + 4 + 4u \Leftrightarrow 2u^3 + 3u^2 - 5 = 0$$

Lösung der kubischen Gleichung ist: u=1, so dass eine Polynomdivision ergibt:

$$(2u^3+3u^2-5):(u-1) = 2u^2+5u+5 = 0 \Leftrightarrow \left[u = \frac{-5 \pm \sqrt{25-4\cdot 2\cdot 5}}{2\cdot 2} = \frac{-5 \pm \sqrt{-15}}{4} \right]$$

u=1 ist also die einzige Stelle auf der Funktion mit einer Tangente, die durch den Punkt P(-1|-1) läuft. Wir bestimmen Berührpunkt B(u|f(u)) und Tangente auf Grund von u=1, f(1)=-3 und f'(1)=-1 als:

B(1|-3); t: y = -1(x-1) – 3 = -x + 1 – 3 = -x – 2.



www.michael-buhlmann.de / 08.2014 / Aufgabe 38