Michael Buhlmann

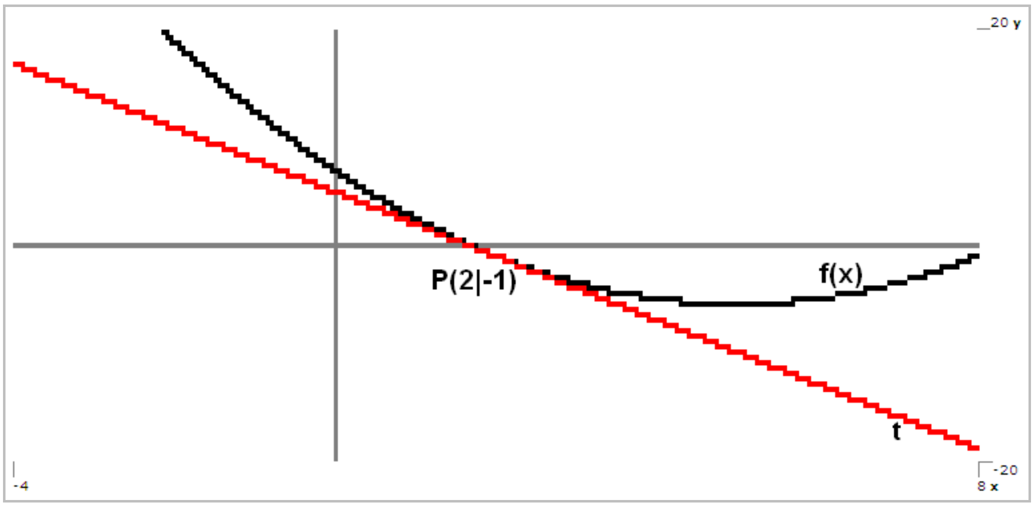
Mathematikaufgaben
> Analysis
> Tangenten

Aufgabe: Berechne die Gleichung der Tangente an die Funktion f(x) an der Stelle x_0:

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2-5x+7 \text{ , } x_0 = 2.$$

1. Lösung (mit der Geradengleichung): I. Allgemein gilt für die gesuchte Tangente an der Stelle x_0 bzw. im Punkt $P(x_0|f(x_0))$ die Geradengleichung y = mx + c (m als Steigung, c als y-Achsenabschnitt); m ist dann die Tangentensteigung $m = f'(x_0)$, c der y-Achsenabschnitt der Tangente u.a. mit $c = f(x_0) – f'(x_0)\cdot x_0$.

II. Aus $f(x)=\frac{1}{2}x^2-5x+7$ erhalten wir mit Summen-, Faktor- und Potenzregel die Ableitungsfunktion $f'(x)=\frac{1}{2}\cdot 2x-5=x-5$. Wir benötigen: $f(2)=\frac{1}{2}\cdot 2^2-5\cdot 2+7=2-10+7=-1$ und: $f'(2)=2-5=-3$, daneben die Geradengleichung der Tangente t: y = mx + c. Es gilt weiter: $m = f'(2)=-3$, so dass t: y = -3x + c gilt. Wegen $f(2)=-1$ wird die Tangente im Punkt P(2|-1) errechnet. Punktprobe mit x=2 und y=-1 ergibt für die Tangentengleichung: -1 = -3·2 + c, also: -1 = -6 + c und damit: 5 = c. Die gesuchte Tangentengleichung lautet also: t: y = -3x + 5.



2. Lösung (mit der Tangentenformel): I. Allgemein gilt die Formel der Tangentengleichung:

t: $y = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$

mit Funktion f(x), Ableitungsfunktion f'(x) und t als Tangente an die Funktion f(x) an der Stelle x_0.

II. Wir berechnen aus Funktion $f(x)=\frac{1}{2}x^2-5x+7$ und Ableitung $f'(x)=x-5$ die Werte

$f(2)=\frac{1}{2}\cdot 2^2-5\cdot 2+7=2-10+7=-1$, $f'(2)=2-5=-3$ für x_0 = 2. Die Tangente an die Funktion an der Stelle x_0 = 2 lautet mittels Einsetzen von f(2) und f'(2) in die Tangentengleichung:

t: y = f'(2)(x-2) + f(2) = -3(x-2) + (-1) = -3x + 6 – 1 = -3x + 5.

www.michael-buhlmann.de / 01.2015 / Aufgabe 92