

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Tangenten

Aufgabe: Wo schneidet die Tangente an die Funktion

$$f(x) = \frac{2}{x^2} - 4$$

und an der Stelle $x_0 = 1$ die Achsen des Koordinatensystems?

Lösung (mit der Tangentenformel): I. Allgemein gilt die Formel der Tangentengleichung:

$$t: y = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$$

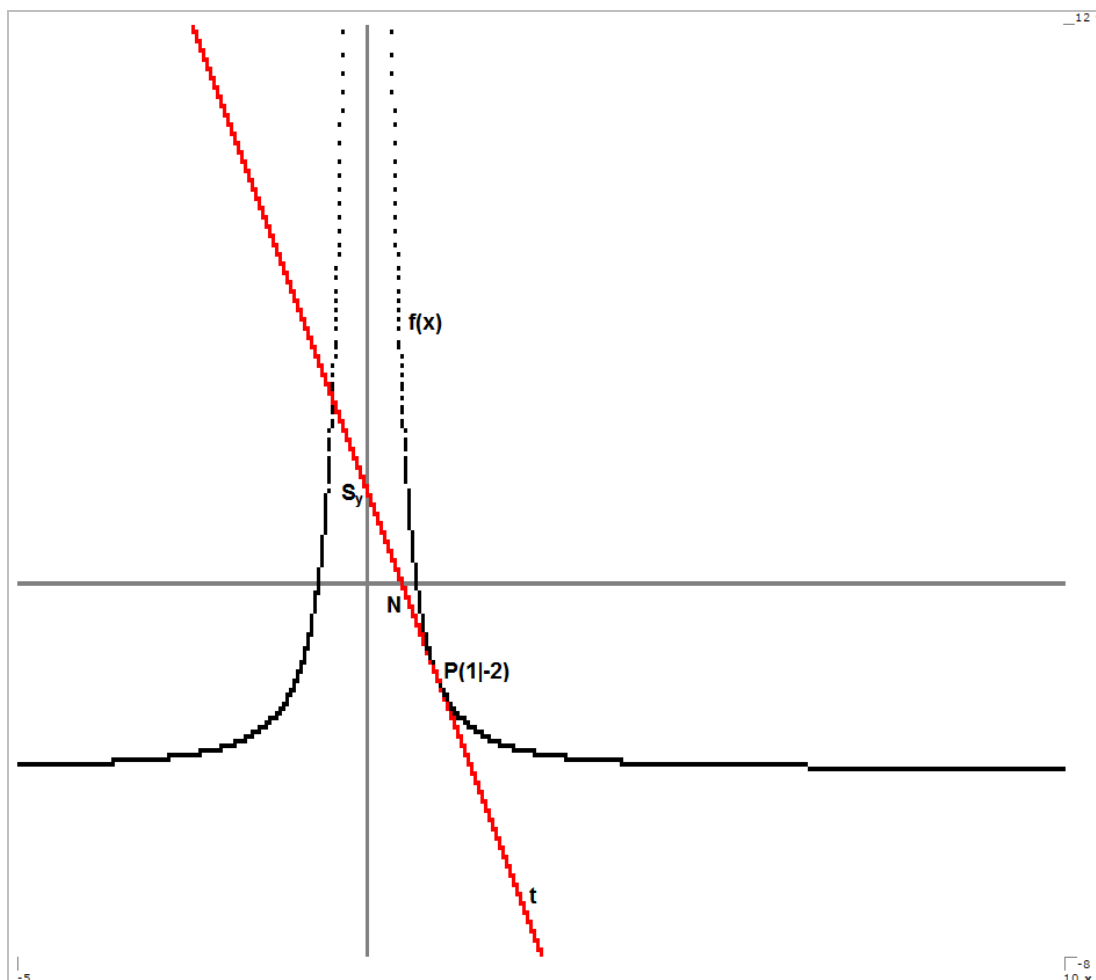
mit Funktion $f(x)$, Ableitungsfunktion $f'(x)$ und t als Tangente an die Funktion $f(x)$ an der Stelle x_0 .

II. Wir berechnen aus Funktion $f(x) = \frac{2}{x^2} - 4 = 2x^{-2} - 4$ und Ableitung $f'(x) = -4x^{-3} = -\frac{4}{x^3}$ die

Werte $f(1) = \frac{2}{1^2} - 4 = -2$, $f'(1) = -\frac{4}{1^3} = -4$ für $x_0 = 1$. Die Tangente an die Funktion an der Stelle

$x_0=1$, d.h. im Punkt $P(1|-2)$, lautet mittels Einsetzen von $f(1)$ und $f'(1)$ in die Tangentengleichung:

$$t: y = f'(1)(x-1) + f(1) = -4(x-1) + (-2) = -4x + 4 - 2 = -4x + 2.$$



III. Wir berechnen die Schnittpunkte der Tangente $y = -4x + 2$ mit der x - und y -Achse (Nullstelle N , y -Achsenabschnittpunkt S_y). Hinsichtlich der y -Achse gilt: $y(0) = -4 \cdot 0 + 2 = 2 \Rightarrow S_y(0|2)$. Die Nullstelle als Schnittpunkt mit der x -Achse errechnet sich mit:

$$0 = -4x + 2 \Leftrightarrow 4x = 2 \Leftrightarrow x = 0,5$$

und damit als $N(0,5|0)$. Dies sind die gesuchten Achsen(abschnitts)punkte.

www.michael-buhlmann.de / 01.2016 / Aufgabe 187