Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Analysis
> Tangenten

Aufgabe: Gesucht sind die Tangenten an die Normalparabel $f(x) = x^2 - 3$ durch den Punkt P(2|0).

Lösung (mit Ableitung und Differenzenquotienten): I. Im Berührpunkt B(u|f(u)) müssen Differenzenquotient der Tangenten als Gerade durch Berührpunkt und Punkt P(x|y) und Ableitung im Berührpunkt identisch sein, also:

t: $\frac{y - f(u)}{x - u} = f'(u)$ (*).

Auflösen der Gleichung (*) nach u ergibt die Berührstellen u_1, … Durch die Berührpunkte $B_1(u_1|f(u_1))$, … und den Punkt P(x|y) gehen dann die Tangenten: t_1: $y = f'(u_1)(x-u_1) + f(u_1)$, …

II. Mit dem Ansatz: $\frac{0-(u^2-3)}{2-u} = 2u$ auf Grund von f'(x) = 2x und dem Punkt P(2|0) erhalten wir:

$$-u^2 + 3 = 2u(2-u) \Leftrightarrow -u^2 + 3 = 4u - 2u^2 \Leftrightarrow u^2 - 4u + 3 = 0 \Leftrightarrow$$

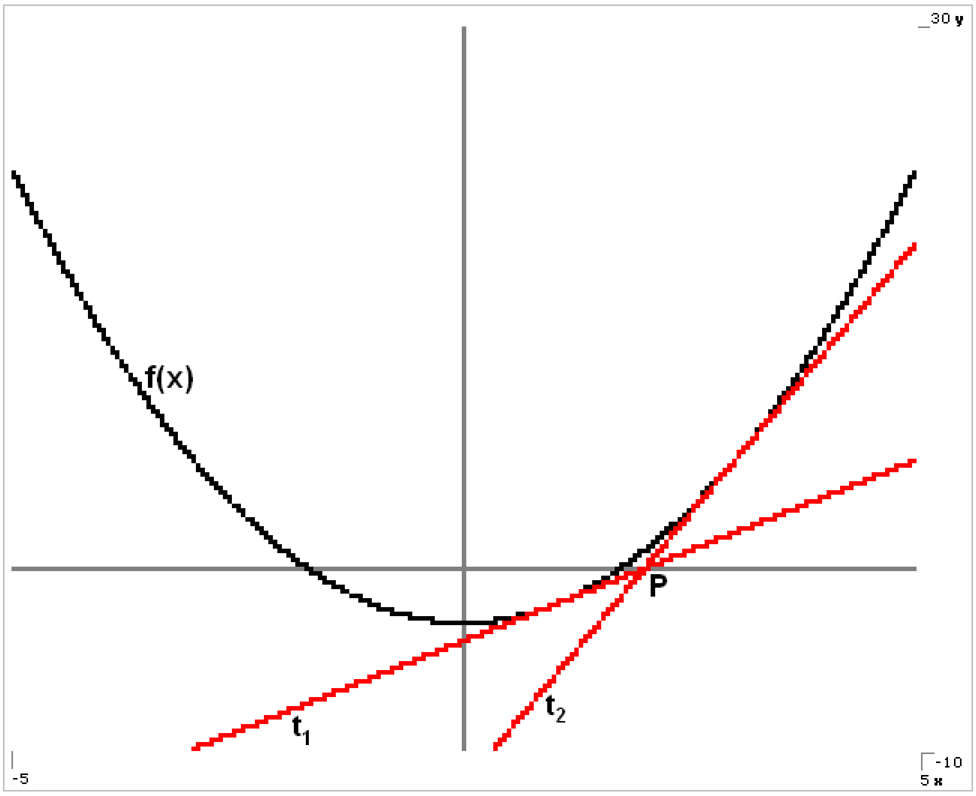
$$u = 2 \pm \sqrt{2^2 - 3} \Leftrightarrow u = 2 \pm 1 \Leftrightarrow u = 1 \vee u = 3$$

Die gesuchten Stellen auf der Parabel sind somit: $u_1 = 1$, $u_2 = 3$, die Tangenten lauten dort wegen der Berührpunkte $B_1(1|-2)$ (f(1) = -2) und $B_2(3|6)$ (f(3) = 6) und wegen f'(1) = 2 und f'(3) = 6:

t_1: y = 2(x-1) – 2 = 2x – 2 – 2 = 2x–4

t_2: y = 6(x-3) + 6 = 6x – 18 + 6 = 6x–12.

Beide Tangenten gehen durch den Punkt P(2|0).



www.michael-buhlmann.de / 01.2016 / Aufgabe 189