Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Analysis
> Tangenten

Aufgabe: Berechne die Gleichung der Tangente an die Funktion f(x) an der Stelle x_0:

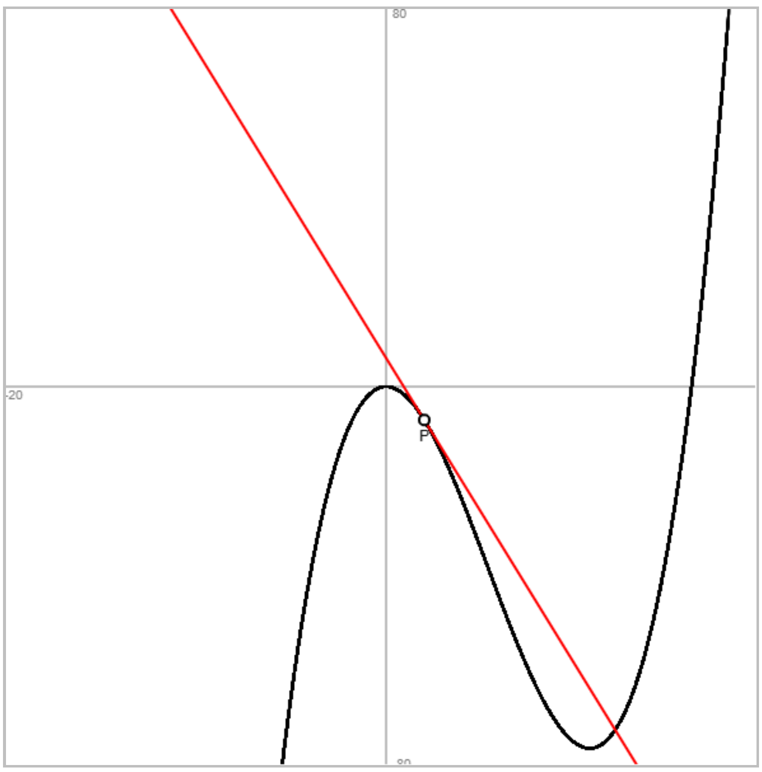
$$f(x) = \frac{1}{8}x^3 - 2x^2, \; x_0 = 2.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für die gesuchte Tangente an der Stelle x_0 bzw. im Punkt $P(x_0|f(x_0))$ die Geradengleichung t: y = mx + c; m ist dann die Tangentensteigung $m = f'(x_0)$, c der y-Achsenabschnitt der Tangente mit $c = f(x_0) – f'(x_0)\cdot x_0$.

II. Aus $f(x) = \frac{1}{8}x^3 - 2x^2$ erhalten wir mit Summen-, Faktor- und Potenzregel die Ableitungsfunktion $f'(x) = \frac{3}{8}x^2 - 4x$. Wir benötigen: $f(2) = \frac{1}{8}\cdot 2^3 - 2\cdot 2^2 = -7$ und: $f'(2) = \frac{3}{8}\cdot 2^2 - 4\cdot 2 = -6{,}5$ wegen der vorgegebenen Stelle $x_0 = 2$, daneben die Geradengleichung der Tangente t: y = mx + c. Es gilt weiter: m = f'(2) = -6,5, so dass t: y = -6,5x + c folgt. Wegen f(2) = -7 wird die Tangente im Punkt P(2|-7) errechnet. Punktprobe mit x=2 und y=-7 ergibt mit dem Einsetzen in die Geradengleichung den Wert für den y-Achsenabschnitt c:

$-7 = -6{,}5\cdot 2 + c \Leftrightarrow -7 = -13 + c \Leftrightarrow 6 = c.$

Die gesuchte Tangentengleichung lautet also: t: y = -6,5x + 6.



www.michael-buhlmann.de / 09.2023 / Aufgabe 1893