Michael Buhlmann

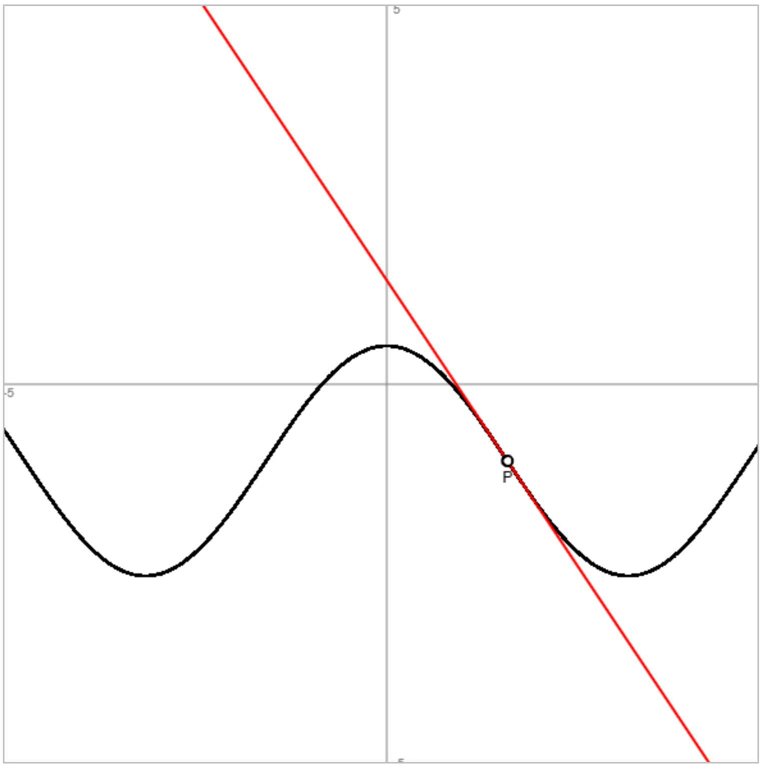
Mathematikaufgaben
> Analysis
> Tangenten

Aufgabe: Berechne die Gleichung der Tangente an die Funktion f(x) an der Stelle x_0:

$$f(x) = \frac{3}{2}\cos(x) - 1,\ x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für die gesuchte Tangente an der Stelle x_0 bzw. im Punkt $P(x_0|f(x_0))$ die Geradengleichung t: y = mx + c; m ist dann die Tangentensteigung $m = f'(x_0)$, c der y-Achsenabschnitt der Tangente mit $c = f(x_0) – f'(x_0) \cdot x_0$.

II. Aus $f(x) = \frac{3}{2}\cos(x) - 1$ erhalten wir mit Summen-, Faktor- und Regel für den Kosinus die Ableitungsfunktion $f'(x) = -\frac{3}{2}\sin(x)$. Die Werte von Funktion und Ableitung sind: $f(\frac{\pi}{2}) = \frac{3}{2}\cos(\frac{\pi}{2}) - 1 = 0 – 1 = -1$, $f'(\frac{\pi}{2}) = -\frac{3}{2}\sin(\frac{\pi}{2}) = -1{,}5$; daneben trägt der Ansatz t: y = mx + c für die Tangentengleichung. Es gilt weiter: $m = f'(\frac{\pi}{2}) = -1{,}5$, so dass t: y = -1,5x + c folgt. Wegen $f(\frac{\pi}{2}) = -1$ wird die Tangente im Punkt $P(\frac{\pi}{2}|-1)$ errechnet. Punktprobe mit $x=\frac{\pi}{2}$ und y=-1 ergibt mit dem Einsetzen in die Tangentengleichung den Wert für den y-Achsenabschnitt c: $-1 = -1{,}5\cdot\frac{\pi}{2} + c \Leftrightarrow -1 = -\frac{3\pi}{4} + c \Leftrightarrow -1 + \frac{3\pi}{4} = c$ mit: $c \approx 1{,}3562$. Die gesuchte Tangentengleichung lautet also: t: y = -1,5x + 1,3562.



www.michael-buhlmann.de / 09.2023 / Aufgabe 1894