

# Mathematikaufgaben

## > Analysis

## > Tangenten

**Aufgabe:** Berechne die Gleichung der Tangente an die Funktion  $f(x) = (x^2 - 2)e^x$  im Schnittpunkt des Funktionsgraphen mit der y-Achse.

**Lösung:** I. Allgemein gilt für die gesuchte Tangente an der Stelle  $x_0$  bzw. im Punkt  $P(x_0|f(x_0))$  die Geradengleichung  $t: y = mx + c$ ;  $m$  ist dann die Tangentensteigung  $m = f'(x_0)$ ,  $c$  der y-Achsenabschnitt der Tangente mit  $c = f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0$ .

II. Aus  $f(x) = (x^2 - 2)e^x$  erhalten wir mit der Produktregel die Ableitungsfunktion:

$$f'(x) = 2xe^x + (x^2 - 2)e^x = (2x + x^2 - 2)e^x = (x^2 + 2x - 2)e^x.$$

Es ist nun  $x_0 = 0$  als Schnittpunkt des Funktionsgraphen mit der y-Achse. Die Werte von Funktion und Ableitung sind damit:

$$f(0) = (0^2 - 2)e^0 = -2 \cdot 1 = -2, \quad f'(0) = (0^2 + 2 \cdot 0 - 2)e^0 = -2 \cdot 1 = -2.$$

Daneben trägt der Ansatz  $t: y = mx + c$  für die Tangentengleichung. Es gilt weiter:  $m = f'(0) = -2$ , so dass  $t: y = -1,5x + c$  folgt. Wegen  $f(0) = -1$  wird die Tangente im Punkt  $P(0|-2)$  errechnet. Punktprobe mit  $x=0$  und  $y=-2$  ergibt mit dem Einsetzen in die Tangentengleichung den Wert für den y-Achsenabschnitt  $c$ :

$$-2 = -2 \cdot 0 + c \Leftrightarrow -2 = c.$$

Die gesuchte Tangentengleichung lautet also:  $t: y = -2x - 2$ .

