Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Analysis
> Tangenten

Aufgabe: Berechne die Gleichung der Tangente an die Funktion f(x) = $3x-2e^{-x+1}$ an der Stelle x_0 = 1.

Lösung: I. Allgemein gilt für die gesuchte Tangente an der Stelle x_0 bzw. im Punkt $P(x_0|f(x_0))$ die Geradengleichung t: y = mx + c; m ist dann die Tangentensteigung m = f'(x_0), c der y-Achsenabschnitt der Tangente mit c = f(x_0) – f'(x_0)·x_0.

II. Aus f(x) = $3x-2e^{-x+1}$ erhalten wir mit der Summenregel die Ableitungsfunktion:

f'(x) = $3-2\cdot(-1)\cdot e^{-x+1}=3+2e^{-x+1}$.

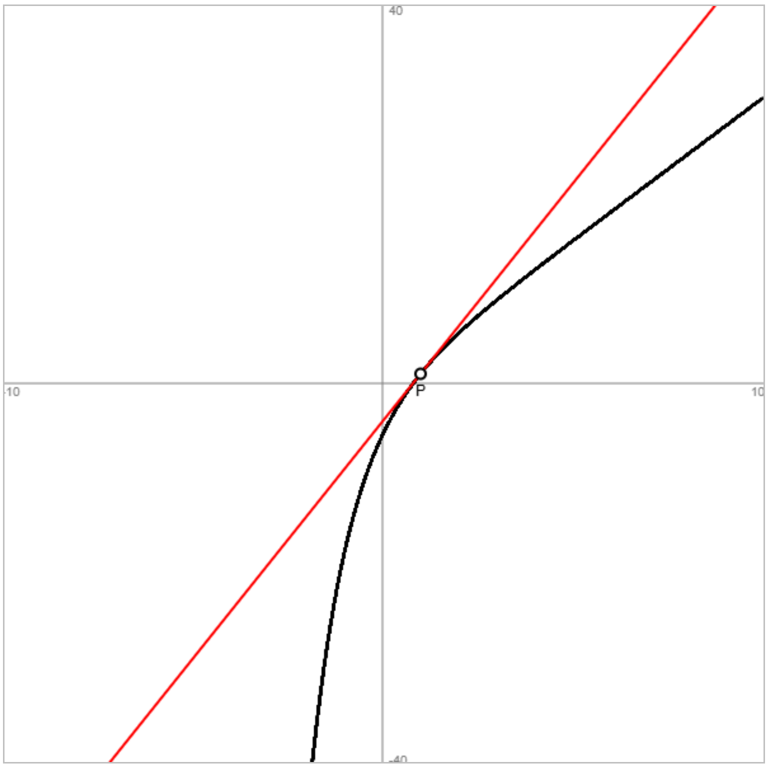
Es ist nun x_0 = 1 die vorgegebene Stelle, an der die Tangente berechnet werden soll. Die Werte von Funktion und Ableitung sind damit:

f(1) = $3\cdot 1-2e^{-1+1}=3-2e^{0}$ = 3 – 2 = 1, f'(1) = $3+2e^{-1+1}=3+2e^{0}$ = 3 + 2 = 5.

Daneben trägt der Ansatz t: y = mx + c für die Tangentengleichung. Es gilt weiter: m = f'(1) = 5, so dass t: y = 5x + c folgt. Wegen f(1) = 1 wird die Tangente im Punkt P(1|1) errechnet. Punktprobe mit x=1 und y=1 ergibt mit dem Einsetzen in die Tangentengleichung den Wert für den y-Achsenabschnitt c:

1 = 5·1 + c ⇔ 1 = 5 + c ⇔ -4 = c.

Die gesuchte Tangentengleichung lautet also: t: y = 5x – 4.



www.michael-buhlmann.de / 01.2025 / Aufgabe 2340