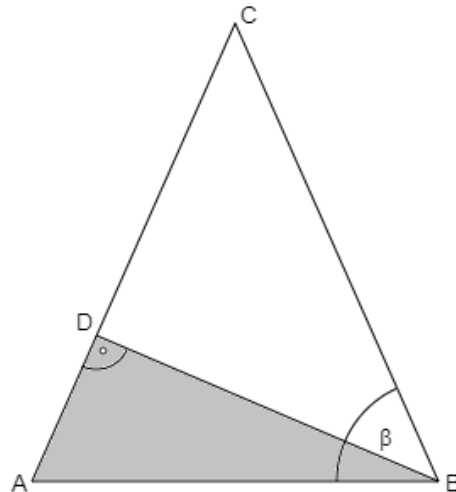


Mathematikaufgaben

> Geometrie/Trigonometrie

> Dreieck

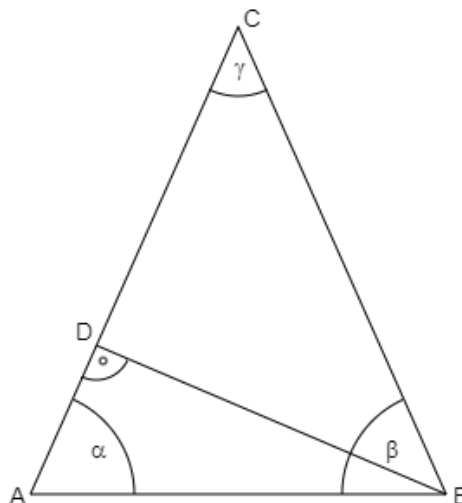
Aufgabe: Im gleichschenkligen Dreieck $\triangle ABC$ gilt: $\overline{AC} = \overline{BC}$, $\beta = 65^\circ$, $\overline{BD} = 7,3$ cm. Berechne Umfang und Flächeninhalt des Dreiecks $\triangle ABD$.



Lösung: I. Wir bestimmen zunächst alle Winkel im gleichschenkligen Dreieck $\triangle ABC$ als:

$$\alpha = \beta = 65^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 2 \cdot 65^\circ = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ.$$



II. Im rechtwinkligen Dreieck $\triangle BCD$ ist mit $\overline{BD} = 7,3$ cm eine Seite, mit $\gamma = 50^\circ$ ein Winkel gegeben. Somit gilt für die Schenkellänge \overline{BC} im gleichschenkligen Dreieck $\triangle ABC$ sowie für die Strecke \overline{CD} :

$$\sin \gamma = \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}} \Rightarrow \sin 50^\circ = \frac{7,3}{\overline{BC}} \Rightarrow \overline{BC} = \frac{7,3}{\sin 50^\circ} = 9,53 \text{ cm}$$

$$\tan \gamma = \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}} \Rightarrow \tan 50^\circ = \frac{7,3}{\overline{CD}} \Rightarrow \overline{CD} = \frac{7,3}{\tan 50^\circ} = 6,13 \text{ cm.}$$

Es ist noch: $\overline{AC} = \overline{BC} = 9,53 \text{ cm.}$

III. Im rechtwinkligen Dreieck $\triangle ABD$ ist die eine Kathete laut Aufgabenstellung $\overline{BD} = 7,3 \text{ cm}$ groß.

Die zweite Kathete \overline{AD} errechnet sich mit:

$$\overline{AD} = \overline{AC} - \overline{CD} = 9,53 - 6,13 = 3,4 \text{ cm.}$$

Nach dem Satz des Pythagoras ergibt sich für die Hypotenuse:

$$\overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 = 3,4^2 + 7,3^2 = 64,85 \Rightarrow \overline{AB} = 8,05 \approx 8,1 \text{ cm.}$$

IV. Der gesuchte Umfang des Dreiecks $\triangle ABD$ ist damit:

$$u = \overline{AD} + \overline{AB} + \overline{BD} = 3,4 + 8,1 + 7,3 = 18,8 \text{ cm.}$$

Der gesuchte Flächeninhalt des Dreiecks $\triangle ABD$ wird über die Katheten berechnet und beläuft sich auf:

$$A_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{BD} = \frac{1}{2} \cdot 3,4 \cdot 7,3 = 12,41 \approx 12,4 \text{ cm}^2.$$