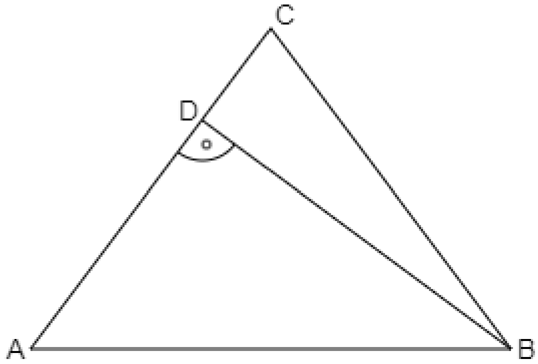
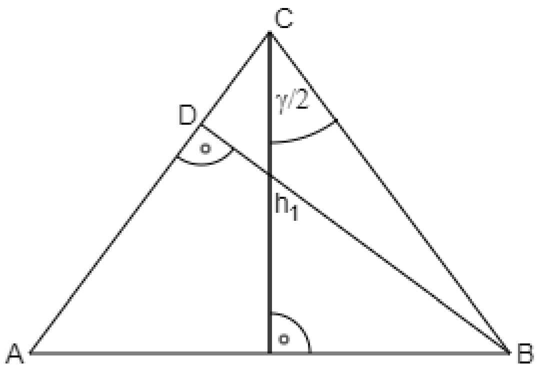
Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Geometrie/Trigonometrie
> Dreieck

Aufgabe: Im gleichschenkligen Dreieck ΔABC gilt: $\overline{AC} = \overline{BC}$, $\overline{AB}$ = 12 cm, $\overline{BC}$ = 10 cm. Berechne den Abstand des auf der Dreieckseite $\overline{AB}$ liegenden Punktes D zur Basisseite des gleichschenkligen Dreiecks.



Lösung: I. Wir teilen zunächst das gleichschenklige Dreieck ΔABC durch die Höhe h_1 in zwei kongruente rechtwinklige Dreiecke auf:

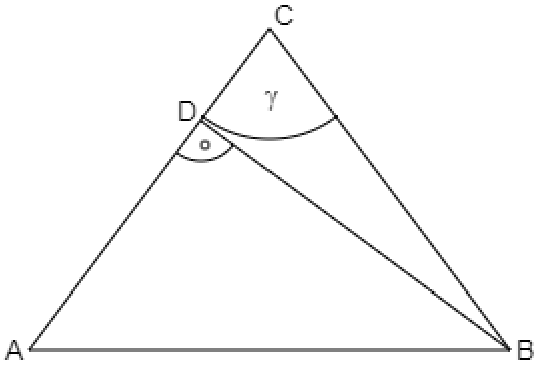


Im rechtwinkligen Dreieck mit Hypotenuse $\overline{BC}$ = 10 cm und Kathete $\frac{\overline{AB}}{2}$ = 6 cm ergibt sich nach dem Satz des Pythagoras die Höhe h_1 des Dreiecks ΔABC mit:

$h_1^2 = \overline{BC}^2 - \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2$ = $10^2 - 6^2$ = 100 – 36 = 64 => h_1 = 8 cm.

Der Winkel γ/2 errechnet sich mit:

$\sin\frac{\gamma}{2} = \frac{\frac{\overline{AB}}{2}}{\overline{BC}}$ => $\sin\frac{\gamma}{2} = \frac{6}{10} = 0{,}6$ => $\frac{\gamma}{2}$ = 36,87°, woraus sich für das gleichschenklige Dreieck ΔABC der Winkel $\gamma = 2 \cdot 36{,}87° = 73{,}74° \approx 73{,}7°$ ergibt.



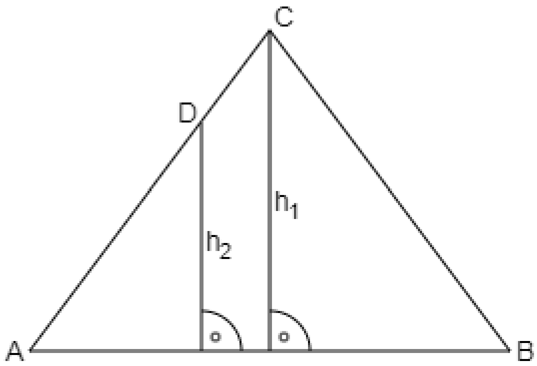
II. Im rechtwinkligen Dreieck ΔBCD ist mit $\overline{BC}$ = 10 cm eine Seite, mit γ = 73,7° ein Winkel gegeben. Für die Strecke $\overline{CD}$ folgt:

$$\cos\gamma = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} \Rightarrow \cos 73{,}7° = \frac{\overline{CD}}{10} \Rightarrow \overline{CD} = 10 \cdot \cos 73{,}7° = 2{,}81 \text{ cm.}$$

Es ist noch: $\overline{AC} = \overline{BC}$ = 10 cm.

III. Im rechtwinkligen Dreieck ΔABD ist die Strecke $\overline{AD}$ dann:

$\overline{AD} = \overline{AC} - \overline{CD}$ = 10 – 2,81 = 7,19 cm.



IV. Wir wenden den 2. Strahlensatz auf die von der Ecke A ausgehenden, durch die Parallelen h_1, h_2 geschnittenen Strahlen an und erhalten:

$\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{h_2}{h_1}$ (kurze Strecke auf dem Strahl zu langer gleich kurze Parallele zu langer).

h_2 ist der gesuchte Abstand des Punktes D von der Dreieckseite $\overline{AB}$. Umstellen der obigen Beziehung führt auf:

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{h_2}{h_1} \Rightarrow h_2 = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} \cdot h_1 = \frac{7{,}19}{10} \cdot 8 = 5{,}75 \approx 5{,}8 \text{ cm}$$

als den Abstand von Punkt und Seite.

www.michael-buhlmann.de / 10.2020 / Aufgabe 1149