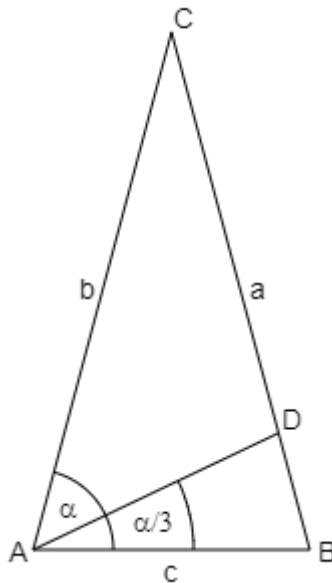


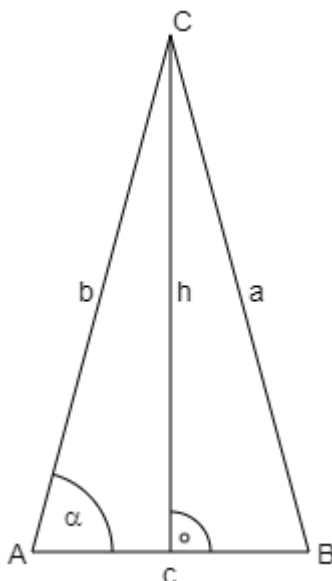
Mathematikaufgaben

- > Geometrie/Trigonometrie
- > Gleichschenkliges Dreieck

Aufgabe: Im gleichschenkligen Dreieck $\triangle ABC$ sind die Schenkel $a = b = 11,6$ cm und die Basisseite $c = 6$ cm gegeben. Berechne den Umfang des Dreiecks $\triangle ABD$.



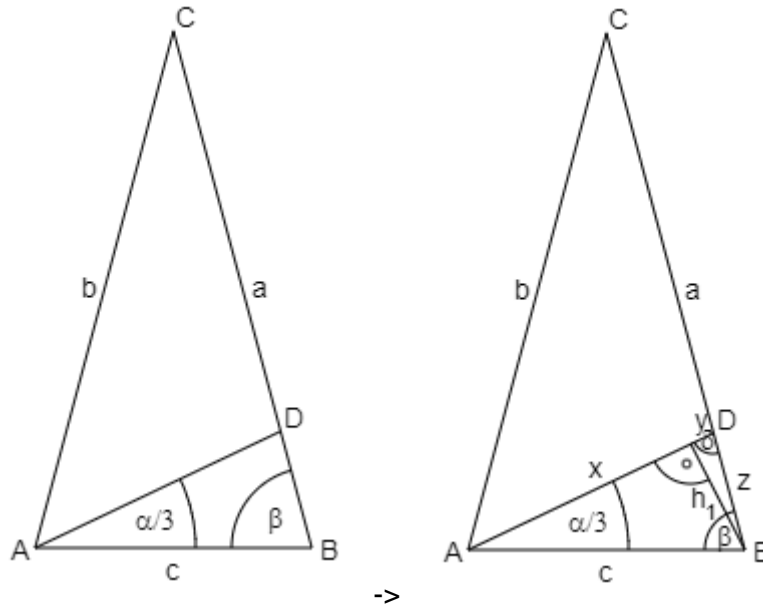
Lösung: I. Die Höhe h teilt das gleichschenklige Dreieck $\triangle ABC$ in zwei rechtwinklige Dreiecke ein, so dass nun der Basiswinkel $\alpha = \beta$ berechnet werden kann:



Der Basiswinkel des gleichschenkligen Dreiecks $\triangle ABC$ ergibt sich aus:

$$\cos \alpha = \frac{c}{b} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{11,6} \Rightarrow \alpha = 75^\circ.$$

II. Im allgemeinen Dreieck $\triangle ABD$ findet sich damit der Winkel $\alpha/3 = 75^\circ:3 = 25^\circ$, weiter der Winkel $\beta = \alpha = 75^\circ$. Zudem ist in diesem Dreieck die Seite $c = 6$ cm gegeben. Das Einfügen der von der Ecke B ausgehenden Höhe h_1 macht aus dem Dreieck $\triangle ABD$ zwei rechtwinklige Dreiecke:



III. Der dritte Winkel δ im allgemeinen Dreieck $\triangle ABD$ ist:

$$\delta = 180^\circ - \alpha/3 - \beta = 180^\circ - 25^\circ - 75^\circ = 80^\circ.$$

Im durch die Seiten x , h_1 und c gegebenen rechtwinkligen Dreieck mit Winkel $\alpha/3 = 25^\circ$ und Hypotenuse $c = 6$ cm gilt:

$$\sin \frac{\alpha}{3} = \frac{h_1}{c} \Rightarrow \sin 25^\circ = \frac{h_1}{6} \Rightarrow h_1 = 6 \cdot \sin 25^\circ = 2,54 \text{ cm}$$

$$\cos \frac{\alpha}{3} = \frac{x}{c} \Rightarrow \cos 25^\circ = \frac{x}{6} \Rightarrow x = 6 \cdot \cos 25^\circ = 5,44 \text{ cm}.$$

Mit $h_1 = 2,54$ cm und Winkel $\delta = 80^\circ$ ergibt sich im durch die Seiten h_1 , y und z gegebenen rechtwinkligen Dreieck:

$$\sin \delta = \frac{h_1}{z} \Rightarrow \sin 80^\circ = \frac{2,54}{z} \Rightarrow z = \frac{2,54}{\sin 80^\circ} = 2,58 \text{ cm}$$

$$\tan \delta = \frac{h_1}{y} \Rightarrow \tan 80^\circ = \frac{2,54}{y} \Rightarrow y = \frac{2,54}{\tan 80^\circ} = 0,45 \text{ cm}.$$

IV. Wir haben damit alle Strecken x , y , z , c errechnet, aus denen wir den Umfang des Dreiecks $\triangle ABD$ bestimmen können. Zunächst haben wir als Seitenlängen des Dreiecks:

$$\overline{AB} = c = 6 \text{ cm}$$

$$\overline{BD} = z = 2,58 \text{ cm}$$

$$\overline{AD} = x + y = 5,44 + 0,45 = 5,89 \text{ cm}.$$

Der gesuchte Umfang bestimmt sich also zu:

$$u = \overline{AB} + \overline{BD} + \overline{AD} = 6 + 2,58 + 5,89 = 14,47 \approx 14,5 \text{ cm}.$$