**Michael Buhlmann**

# Mathematikaufgaben
## > Analysis
## > Volumenintegrale

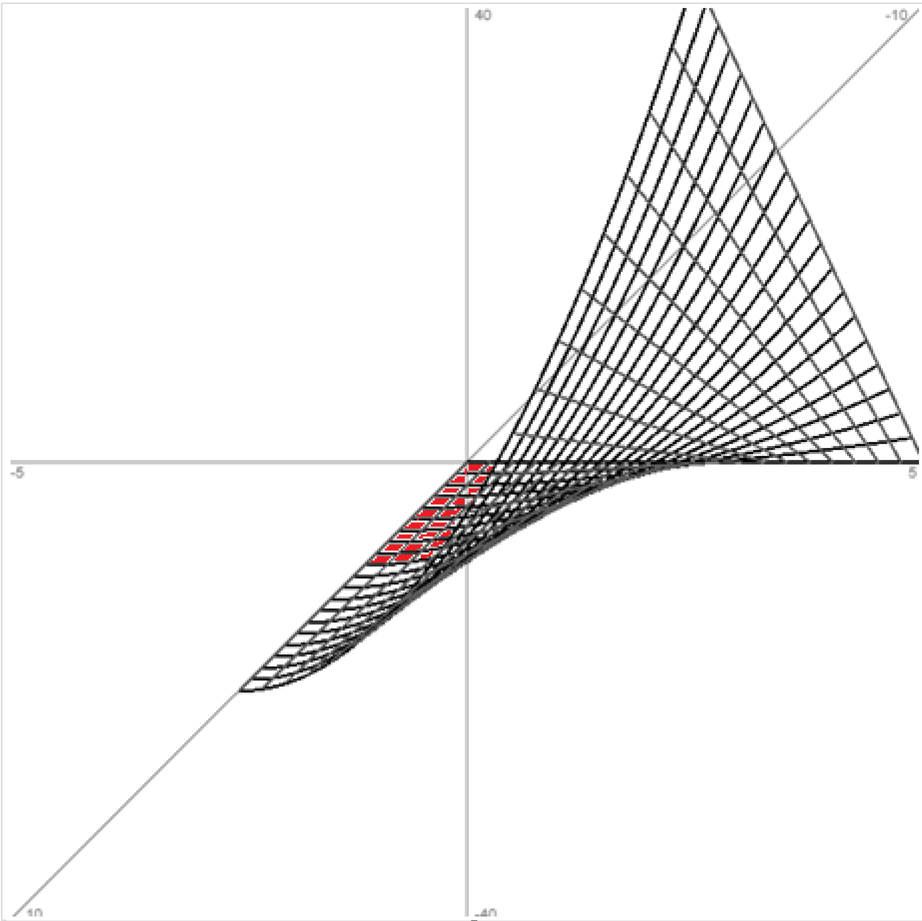
---

**Aufgabe**: Berechne das Volumen zwischen der Funktion

$$z = f(x,y) = \frac{1}{2}xy^2$$

und der x-y-Ebene im Bereich A = {(x,y)| 0≤x≤2, 0≤y≤2}.

**Lösung**: I. Wir identifizieren die Funktion z = f(x,y) = $\frac{1}{2}xy^2$ mit zwei Unbekannten x, y als Funktion größer gleich 0 im dreidimensionalen reellen Raum über den quadratischen Bereich [0; 2] x [0; 2]:




**z = f(x,y) = 0,5xy², 0≤x≤2, 0≤y≤2**

II. Das Volumenintegral ergibt sich gemäß dem Bereich A = {(x,y)| 0≤x≤4, 0≤y≤x} in kartesischen Koordinaten durch zweifache Integration entlang 0 ≤ x ≤ 4, 0 ≤ y ≤ x als:

$$V = \int_0^2\int_0^2 \frac{1}{2}xy^2dydx = \int_0^4\left[\frac{1}{2}x\cdot\frac{1}{3}y^3\right]_{y=0}^{y=2}dx = \int_0^2\frac{1}{6}x\left[y^3\right]_{y=0}^{y=2}dx = \int_0^2\frac{1}{6}x\left(2^3-0^3\right)dx = \int_0^2\frac{8}{6}xdx =$$

$$\frac{4}{3}\int_0^2 xdx = \frac{4}{3}\left[\frac{1}{2}x^2\right]_{x=0}^{x=2} = \frac{4}{3}\left(\frac{1}{2}\cdot 2^2 - 0\right) = \frac{4}{3}\cdot 2 = \frac{8}{3}.$$

www.michael-buhlmann.de / 12.2024 / Aufgabe 2306