

Mathematikaufgaben

> Vektorrechnung

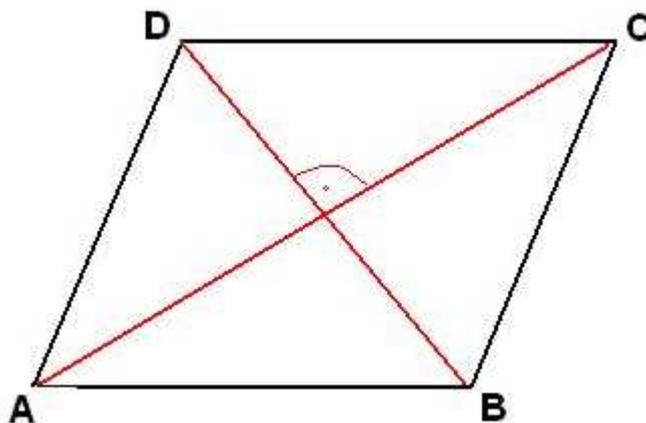
> Beweis

Aufgabe: Beweise: In einer Raute stehen die Diagonalen senkrecht aufeinander.

Lösung: Es sei das Viereck ABCD eine Raute, also ein Parallelogramm mit gleich langen Seiten. Bei zweidimensionalen geometrischen Problemen führen wir die Beweissituation auf zwei Vektoren, hier auf $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ mit $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ (wegen der gleich langen Seiten der Raute) zurück. Die zwei Vektoren spannen dann das Parallelogramm bzw. die Raute auf. Für die Diagonalen gilt: $\vec{e} = \vec{a} + \vec{b}$ und: $\vec{f} = \vec{a} - \vec{b}$. Wir berechnen das Skalarprodukt der Diagonalvektoren:

$$\vec{e} \cdot \vec{f} = (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{b} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 - |\vec{a}|^2 = 0$$

In der Tat stehen somit die Diagonalen \vec{e} und \vec{f} der Raute senkrecht aufeinander. Was zu beweisen war.



07.2014 / Aufgabe 25