

Mathematikaufgaben

> Geometrie

> Zentrische Streckung

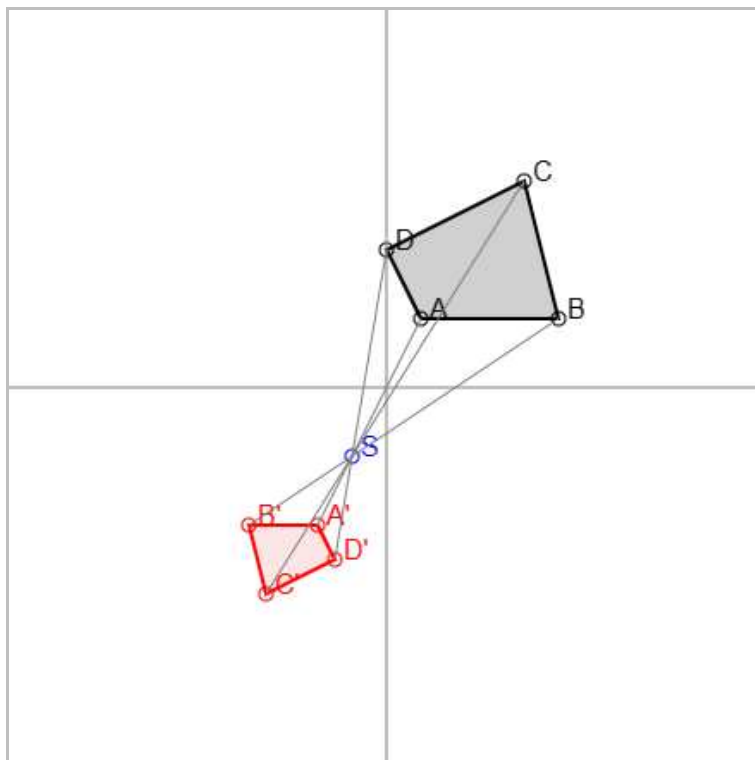
Aufgabe: In einem x-y-Koordinatensystem bilden die Punkte $A(1|2)$, $B(5|2)$, $C(4|6)$ und $D(0|4)$ ein Viereck.

- a) Das Viereck ABCD unterliege der zentrischen Streckung mit Streckzentrum $S(-1|-2)$ und Streckfaktor $k = -0,5$.
- b) Das Viereck ABCD unterliege einer (Punkt-) Spiegelung um den Punkt $S(-2|-1)$.

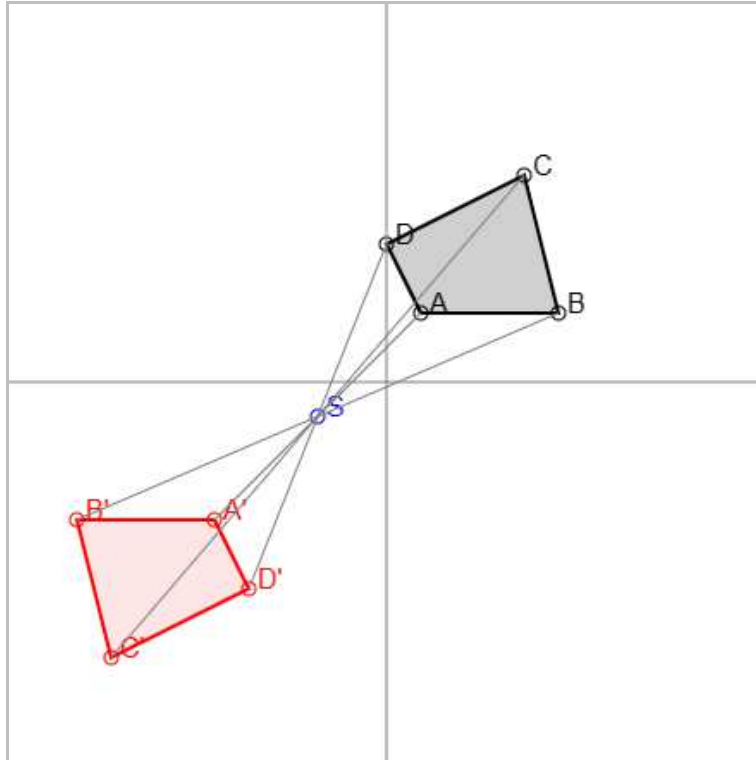
Lösung: I. Eine zentrische Streckung einer vorgegebenen geometrischen Figur (z.B. Viereck) ist eine Ähnlichkeitsabbildung, die von einem Streckzentrum S aus und mit einem Streckfaktor k ($k \neq 0$, $k \neq 1$) die Figur (Urbild) in eine ähnliche („verkleinerte“, „vergrößerte“, punktgespiegelte) Figur (Bild) überführt. Zwei Figuren sind ähnlich, wenn sie die sich entsprechenden Winkel von Urbild und Bild gleich sind und die Verhältnisse von sich entsprechenden Figurenseiten von Bild und Urbild gleich sind und mit dem Streckfaktor übereinstimmen. Die sich entsprechenden Figurenseiten von Urbild und Bild liegen bei einer zentrischen Streckung parallel.

Das Bild der vorgegebenen Figur wird erzeugt, indem Hilfsgeraden (als Strahlen) vom Streckzentrum S zu den Ecken der Figur gezeichnet werden. Ist A eine Ecke der Figur, so liegt der Bildpunkt A' auf demselben Strahl wie der Urbildpunkt A und zwar in einem Abstand, der das $|k|$ -Fache des Abstandes zwischen Streckzentrum S und Urbildpunkt A beträgt. Gilt für den Streckfaktor $0 < k < 1$, so liegt der Bildpunkt A' zwischen Streckzentrum S und Urbildpunkt A (Stauchung), ist $k > 1$, so liegt der Bildpunkt A' vom Streckzentrum S aus gesehen hinter dem Urbildpunkt A (Streckung). Ist $k < 0$, so ist mit der Streckung (Stauchung) noch eine Punktspiegelung (Drehung um 180°) um das Streckzentrum S verbunden (Strecken-/Abstandsmessung mit Geodreieck oder Lineal).

II. a) Gemäß dem unter I. Dargelegten ergibt sich die folgende zentrische Streckung beim Viereck ABCD:



b) Gemäß dem unter I. Dargelegten bedeutet eine Punktspiegelung des Vierecks ABCD um den Punkt S (als Drehung um 180°) eine zentrische Streckung mit dem Streckfaktor $k = -1$. Es ergibt sich:



www.michael-buhlmann.de / 12.2023 / Aufgabe 1927