

Mathematikaufgaben

> Geometrie

> Zentrische Streckung

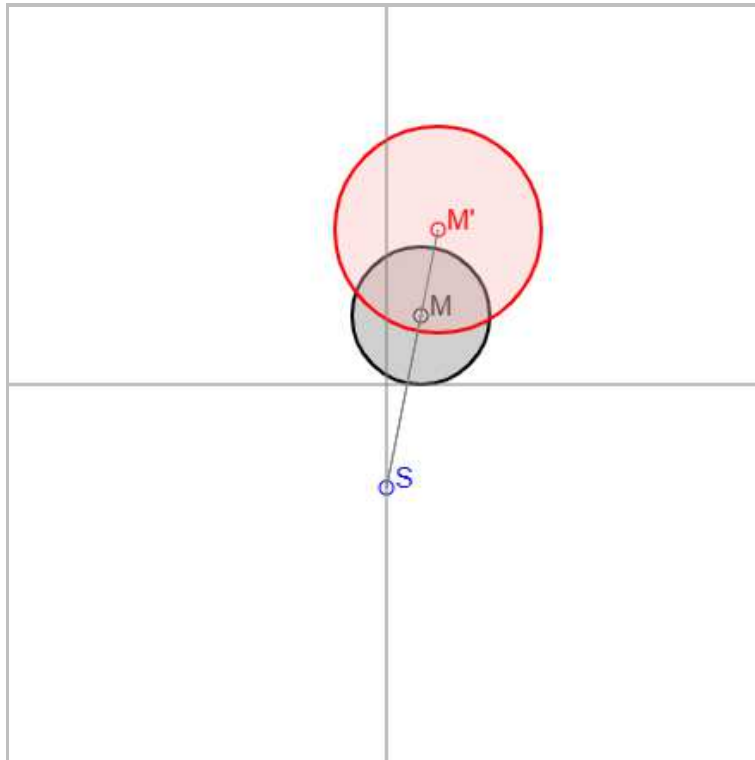
Aufgabe: In einem x-y-Koordinatensystem ist $M(1|2)$ der Mittelpunkt eines Kreises mit Radius $r = 2$ LE. Es werden an dem Kreis zentrische Streckungen durchgeführt mit Streckzentrum $S(0|-3)$ und den Streckfaktor $k = 1,5$ und $k = -0,5$.

Lösung: I. Eine zentrische Streckung einer vorgegebenen geometrischen Figur ist eine Ähnlichkeitsabbildung, die von einem Streckzentrum S aus und mit einem Streckfaktor k ($\neq 0$, $\neq 1$) die Figur (Urbild) in eine ähnliche („verkleinerte“, „vergrößerte“, punktgespiegelte) Figur (Bild) überführt. Zwei Figuren sind ähnlich, wenn sie die sich entsprechenden Winkel von Urbild und Bild gleich sind und die Verhältnisse von sich entsprechenden Figurenseiten von Bild und Urbild gleich sind und mit dem Streckfaktor übereinstimmen. Die sich entsprechenden Figurenseiten von Urbild und Bild liegen bei einer zentrischen Streckung parallel.

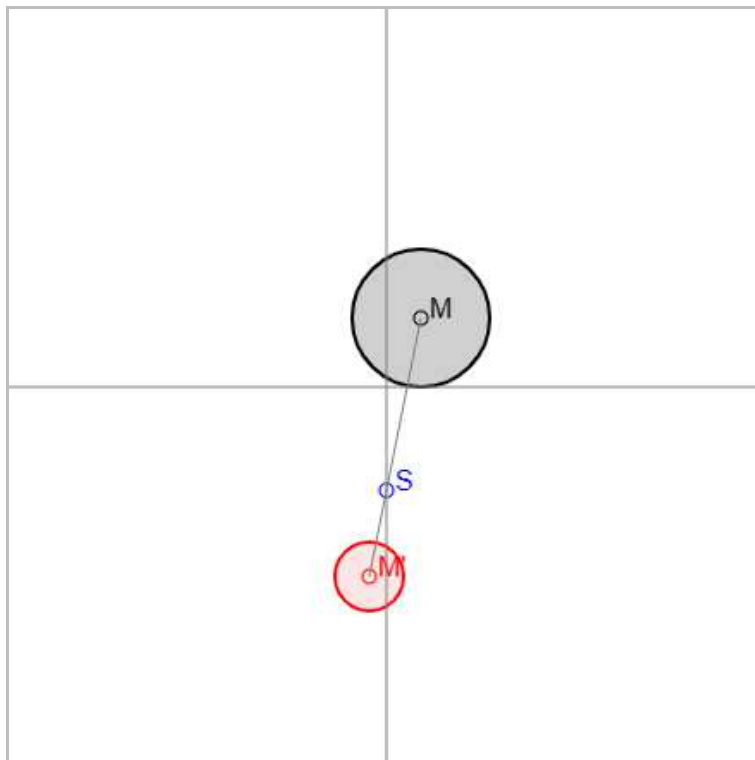
Die vorausgegangenen Erläuterungen lassen sich auf zu streckende Kreise übertragen, indem der Kreismittelpunkt M dem Verfahren der zentrischen Streckung unterliegt. Ist M also der Kreismittelpunkt, so liegt der Bildpunkt M' auf demselben Strahl durch das Streckzentrum S wie der Urbildpunkt M und zwar in einem Abstand, der das $|k|$ -Fache des Abstandes zwischen Streckzentrum S und Urbildpunkt M beträgt. Gilt für den Streckfaktor $0 < k < 1$, so liegt der Bildpunkt M' zwischen Streckzentrum S und Urbildpunkt M (Stauchung), ist $k > 1$, so liegt der Bildpunkt M' vom Streckzentrum S aus gesehen hinter dem Urbildpunkt M (Streckung). Ist $k < 0$, so ist mit der Streckung (Stauchung) noch eine Punktspiegelung (Drehung um 180°) des Kreismittelpunktes M um das Streckzentrum S verbunden (Strecken-/Abstandsmessung mit Geodreieck oder Lineal).

Für den Radius r' des gestreckten Kreises gilt: $r' = |k| \cdot r$. Beim Bildkreis ist damit um die Kreismittelpunkt M' ein Kreis mit dem Radius r' zu schlagen.

II. Gemäß dem unter I. Dargelegten ergibt sich bei Streckfaktor $k = 1,5$ die folgende zentrische Streckung beim vorgegebenen Kreis, wobei der gestreckte Radius $r' = 1,5 \cdot 2 = 3$ LE beträgt:



Mit Streckfaktor $k = -0,5$ folgt für den Radius des gestaucht-punktgespiegelten Kreises: $r' = |-0,5| \cdot 2 = 0,5 \cdot 2 = 1$ LE. Es gilt:



(LE = Längeneinheiten)