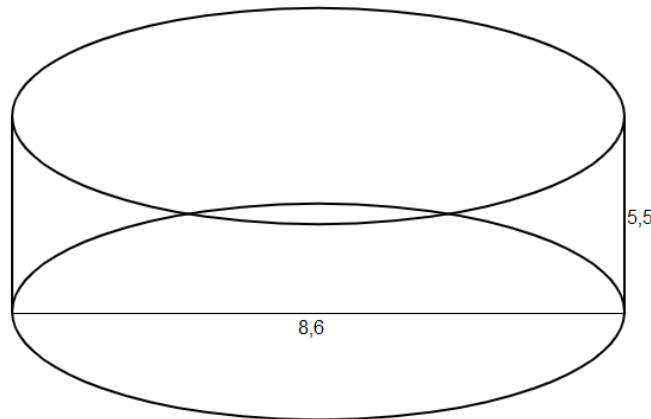


Mathematikaufgaben

> Geometrie

> Zylinder

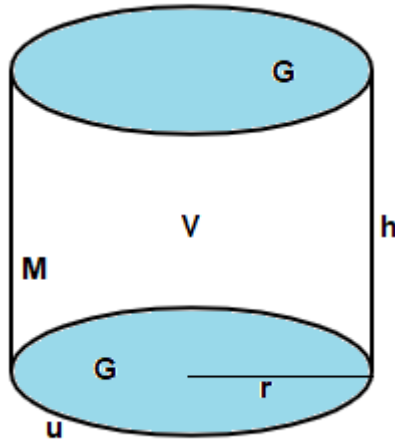
Aufgabe: Von einem Zylinder ist sein Durchmesser $d = 8,6$ cm und seine Höhe $h = 5,5$ cm bekannt. Berechne den Oberflächeninhalt O und das Volumen V des Zylinders.



Lösung: I. Ein (gerader) Zylinder mit einem Kreis als Grundfläche ist durch den Radius r des Kreises, den Kreisumfang u und durch die Zylinderhöhe h bestimmt, weiter durch die Grundfläche G , die Oberfläche O , die Mantelfläche M und das Volumen V . Es gilt:

Zylinder

Grundfläche, Radius	$G = \pi r^2$	$r = \sqrt{\frac{G}{\pi}}$	
Durchmesser	$d = 2r$	$r = \frac{d}{2}$	
Kreisumfang	$u = 2\pi r$	$u = \pi d$	$r = \frac{u}{2\pi}$
Mantelfläche	$M = u \cdot h = 2\pi r h$	$r = \frac{M}{2\pi h}$	$h = \frac{M}{2\pi r}$
$O = 2 \cdot G + M = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r(r + h)$			
Oberfläche	$G = \frac{O - M}{2}$	$M = O - 2 \cdot G$	
		$r = -\frac{h}{2} + \sqrt{\frac{h^2}{4} + \frac{O}{2\pi}}$	$h = \frac{O}{2\pi r} - r$
Volumen	$V = G \cdot h = \pi r^2 h$	$r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$	$h = \frac{V}{\pi r^2}$
Radius, Höhe	$r = \frac{2V}{M}$	$h = \frac{M^2}{4\pi V}$	$h = \frac{V}{G}$



II. Wir schließen aus dem Durchmesser $d = 8,6$ cm der Zylindergrundfläche auf den Radius r :

$$r = \frac{d}{2} = \frac{8,6}{2} = 4,3 \text{ cm.}$$

III. Der Umfang der Grundfläche beträgt mit dem Radius $r = 4,3$ cm:

$$u = 2\pi \cdot r = 2\pi \cdot 4,3 \approx 27,02 \text{ cm.}$$

Für den Grundflächeninhalt G ergibt sich:

$$G = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 4,3^2 \approx 58,09 \text{ cm}^2.$$

IV. Der Mantelflächeninhalt M errechnet sich aus dem Kreisumfang der Grundfläche $u = 27,02$ cm und der Zylinderhöhe $h = 5,5$ cm als:

$$M = u \cdot h = 27,02 \cdot 5,5 = 148,61 \text{ cm}^2.$$

V. Aus der Grundfläche $G = 58,09 \text{ cm}^2$ und der Mantelfläche $M = 148,61 \text{ cm}^2$ folgt für den Oberflächeninhalt:

$$O = 2G + M = 2 \cdot 58,09 + 148,61 = 264,79 \text{ cm}^2.$$

VI. Die Grundfläche $G = 58,09 \text{ cm}^2$ und die Zylinderhöhe $h = 5,5$ cm ergeben das Volumen des Zylinders:

$$V = G \cdot h = 58,09 \cdot 5,5 \approx 319,5 \text{ cm}^3.$$

VII. Damit ist alles bestimmt. Bezogen auf die Aufgabenstellung besitzt der Zylinder einen Rauminhalt $V = 319,5 \text{ cm}^3$, einen Oberflächeninhalt $O = 264,79 \text{ cm}^2$.