

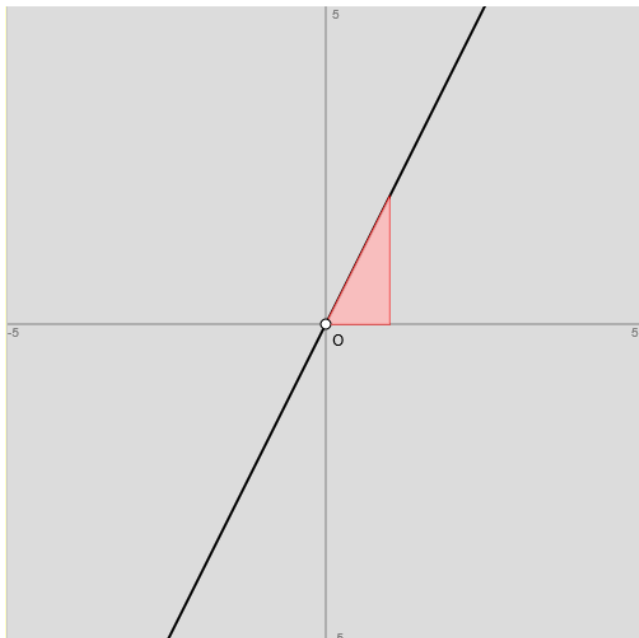
Mathematik-Aufgabenpool

> Geraden (Haupt-/Normalform)

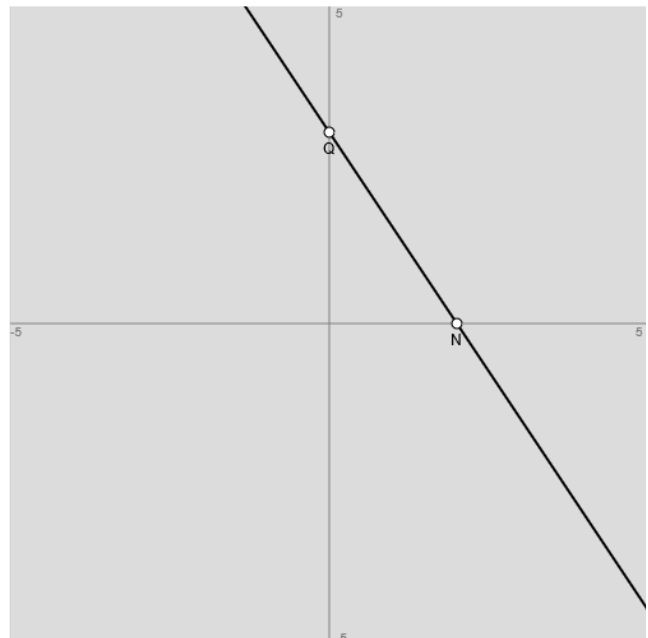
Einleitung: Geraden sind (als ganz rationale Funktionen 1. Grades, lineare Funktionen) von der Form: $y = mx + c$ mit Geradensteigung m und y -Achsenabschnitt c , m, c reell (Funktionsgleichung, Geradenterm). Geraden besitzen (bei $x=0$) den y -Achsenabschnittspunkt $S_y(0|c)$ und (bei $m \neq 0, y=0$) die Nullstelle $N(-c/m|0)$ als Schnittpunkte mit den Achsen des Koordinatensystems. Der Steigungswinkel einer Geraden errechnet sich aus: $\tan \varphi = |m| \Leftrightarrow \varphi = \tan^{-1}|m|$. Die Geradensteigung errechnet sich aus zwei Geradenpunkten $P(x_1|y_1)$ und $Q(x_2|y_2)$ mit dem Differenzenquotienten als:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Geraden vom Typ $y = mx$ ($c = 0$) heißen Ursprungsgeraden (als proportionale Funktionen). Die Ursprungsgerade $y = x$ ist die 1. Winkelhalbierende, die Ursprungsgerade $y = -x$ die 2. Winkelhalbierende. Zwei Geraden können sich im Koordinatensystem schneiden (Schnittpunkt S , Schnittwinkel φ), sie können parallel zueinander verlaufen (parallele Geraden), (verschiedene) Funktionsgleichungen können dieselbe Gerade bezeichnen (identische Geraden).



$y = 2x$: Ursprungsgerade, Steigungsdreieck



$y = -1,5x+3$: $Q=S_y(0|3), N(2|0)$

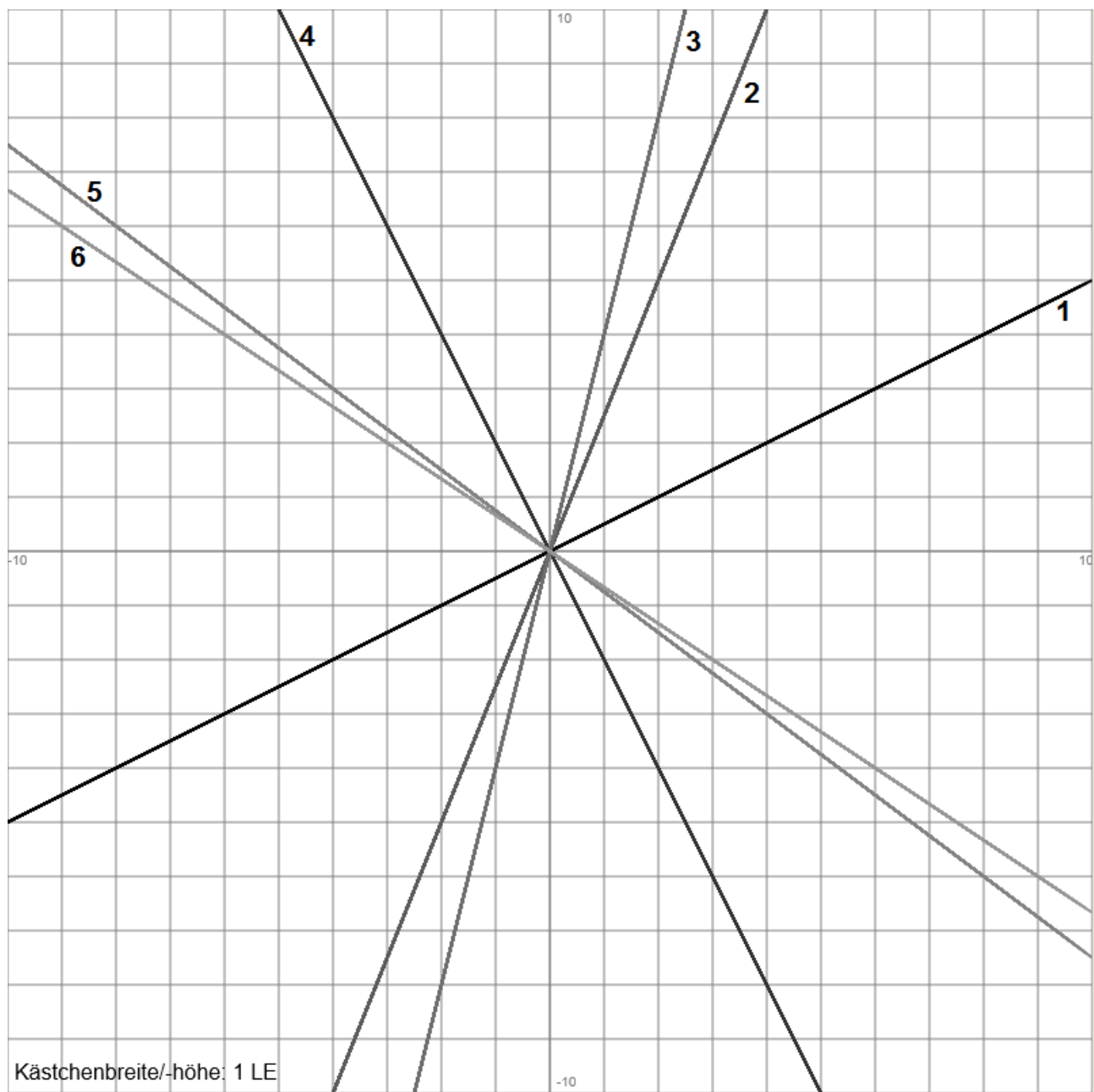
Aufgabe 1: Bestimme die Funktionsgleichung der Ursprungsgeraden $y = mx$, wenn der Punkt auf der Geraden liegen.

- | | |
|-------------------------|-----------------------------------|
| a) $P(2 8)$ | b) $P(1 4)$ |
| c) $P(-4 20)$ | d) $P(-5 -2)$ |
| e) $P(\frac{5}{6} 4)$ | f) $P(\frac{3}{4} -\frac{2}{5})$ |
| g) $P(-5 \frac{11}{7})$ | h) $P(-\frac{9}{2} 2\frac{3}{4})$ |

Vorgehensweise: Zur Ermittlung der Steigung m der Ursprungsgeraden $y = mx$ ist bei einem vorgegebenen Punkt $P(x_0|y_0)$ ($x_0 \neq 0$) die Steigung als: $m = \frac{y_0}{x_0}$ zu errechnen.

Lösungen: a) $y = 4x$; b) $y = 4x$; c) $y = -5x$; d) $y = \frac{2}{5}x$; e) $y = \frac{24}{5}x$; f) $y = \frac{15}{8}x$; g) $y = -\frac{11}{35}x$; h) $y = \frac{11}{18}x$.

Aufgabe 2: Bestimme die Funktionsgleichungen der Ursprungsgeraden aus den Graphen.



Vorgehensweise: Zum Graphen der jeweiligen Ursprungsgeraden $y = mx$ ist die Steigung mit Hilfe eines (virtuellen) Steigungsdreiecks oder durch einen Geradenpunkt $P(x_0|y_0)$ zu bestimmen, so dass $m = \frac{y_0}{x_0}$ gilt.

Lösungen: 1) $y = 0,5x$; 2) $y = 2,5x$; 3) $y = 4x$; 4) $y = -2x$; 5) $y = -\frac{3}{4}x$; 6) $y = -\frac{2}{3}x$.

Aufgabe 3: Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden $y = mx+c$, wenn die Geradensteigung und ein Geradenpunkt gegeben ist.

a) $m=2, P(2|7)$

b) $m=-1, P(-3|4)$

c) $m=-\frac{1}{5}, P(-4|3)$

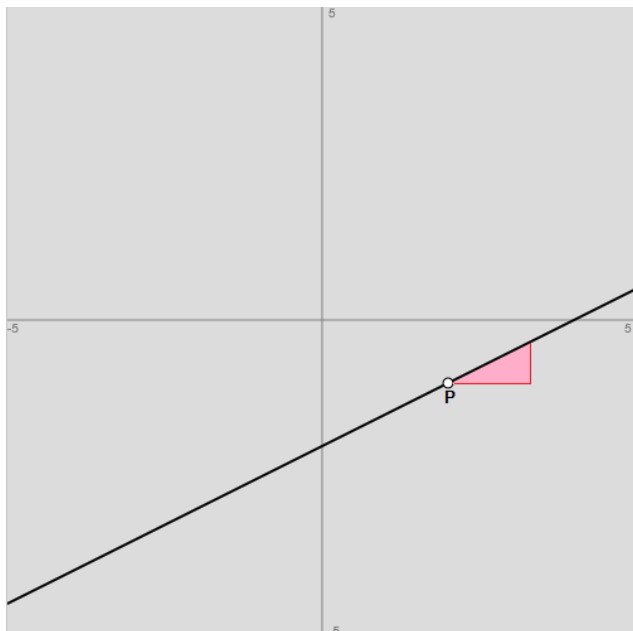
d) $m=0,5, P(0|6)$

e) $m=-3, P(-4|\frac{9}{4})$

f) $m=\frac{7}{6}, P(-1|-4,5)$

g) $m = -\frac{3}{4}$, $P(-6 | \frac{32}{5})$

h) $m = -2,5$, $P(\frac{11}{2} | 0)$



Vorgehensweise: a) Das Einsetzen der Steigung m bzw. der x - und y -Koordinaten des vorgegebenen Punktes $P(x_0|y_0)$ (Punktprobe) in den Geradenterm $y = mx+c$ führt auf: $y_0 = mx_0+c$ und damit auf: $c = y_0-mx_0$. b) Es gilt die sog. Punktsteigungsform der gesuchten Geraden $y = mx+c$:

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = m \Leftrightarrow y = m(x - x_0) + y_0 = mx - mx_0 + y_0$$

$y = 0,5x-2$: $m=0,5$, $P(2|-1)$

Lösungen: a) $y = 2x+3$; b) $y = -x+1$; c) $y = -\frac{1}{5}x+2,2$; d) $y = 0,5x+6$; e) $y = -3x-9,75$; f) $y = \frac{7}{6}x-3\frac{1}{3}$; g) $y = -0,7x+1,9$; h) $y = -2,5x+13,75$.

Aufgabe 4: Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden $y = mx+c$, wenn zwei Geradenpunkte gegeben sind.

a) $P(1|7)$, $Q(4|10)$

b) $P(3|3)$, $Q(5|-2)$

c) $P(-2|2)$, $Q(1|4)$

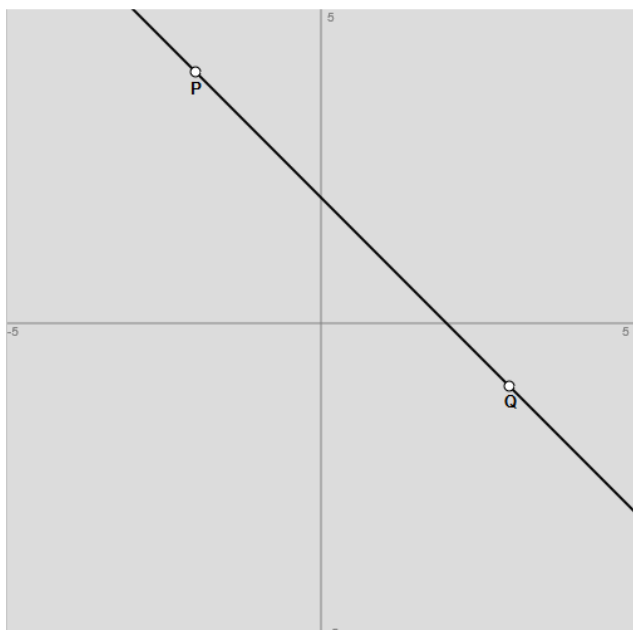
d) $P(\frac{12}{5} | \frac{3}{4})$, $Q(4 | -\frac{9}{20})$

e) $P(-10|-2)$, $Q(5|4)$

f) $P(0|-3,3)$, $Q(2|4,7)$

g) $P(0|\frac{8}{3})$, $Q(\frac{7}{2} | 0)$

h) $P(\frac{13}{4} | 2)$, $Q(\frac{15}{2} | -4)$



Vorgehensweise: a) Die Steigung m errechnet sich aus den vorgegebenen Geradenpunkten $P(x_1|y_1)$, $Q(x_2|y_2)$ gemäß der

Formel: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Das Einsetzen der Steigung m bzw.

der x - und y -Koordinaten des vorgegebenen Punktes $P(x_1|y_1)$ bzw. $Q(x_2|y_2)$ (Punktprobe) in den Geradenterm $y = mx+c$ führt auf: $c = y_1-mx_1 = y_2-mx_2$. b) Das Einsetzen der x - und y -Koordinaten der vorgegebenen Punkte $P(x_1|y_1)$ und $Q(x_2|y_2)$ (Punktprobe) führt auf ein lineares Gleichungssystem mit den Unbekannten m und c , nach denen das Gleichungssystem aufzulösen ist. Für lineare Gleichungssysteme ist dabei die Anwendung von Gleichsetzungs-, Additions- oder Einsetzungsverfahren geboten. c) Es gilt die sog. Zwei-punkteform der Geradengleichung mit zwei vorgegebenen

Geradenpunkten $P(x_1|y_1)$, $Q(x_2|y_2)$: $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Leftrightarrow$

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}x_1 + y_1$$

$y = -x+2$: $P(-2|4)$, $Q(3|-1)$

Lösungen: a) $y = x+6$; b) $y = -2,5x+10,5$; c) $y = \frac{2}{3}x + 3\frac{1}{3}$; d) $y = -0,75x+2,55$; e) $y = 0,4x+2$; f) $y = 4x-3,3$;

g) $y = -\frac{16}{21}x + \frac{8}{3}$; h) $y = \frac{24}{17}x - \frac{44}{17}$.

Aufgabe 5: Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden $y = mx+c$, wenn für diese die nachstehenden Wertetabellen gelten. Ergänze gegebenenfalls die jeweilige Wertetabelle.

a)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	4,8	2,4	0	-2,4	-4,8	-7,2	-9,6

b)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-5	-3	-1	1	3	5	7

c)

x	-5	-2	1	5	12	20	30
y	23		5			-52	

d)

x	-4		1	2	5		
y	-18	-9			22,5	36	58,5

e)

x	-10	-8		-2	5		13
y	14	12	8			-5	

f)

x	-15	0		5	6	10	11
y		6,1	2		-18,5		

g)

x	-12		2	6			
y	13	-11		-23	-25	-30	-35

h)

x		-10,5		-4,5	6	9	
y	-19	-16,5	-9		11		21

Vorgehensweise: I. Zwei Geradenpunkte $P(x_1|y_1)$, $Q(x_2|y_2)$ werden aus der Wertetabelle ausgewählt. II. Ermittlung der Geradengleichung: a) Die Steigung m errechnet sich aus den vorgegebenen Geradenpunkten $P(x_1|y_1)$, $Q(x_2|y_2)$ gemäß

der Formel: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Das Einsetzen der Steigung m bzw. der x - und y -Koordinaten des vorgegebenen Punktes

$P(x_1|y_1)$ bzw. $Q(x_2|y_2)$ (Punktprobe) in den Geradenterm $y = mx+c$ führt auf: $c = y_1 - mx_1 = y_2 - mx_2$. b) Das Einsetzen der x - und y -Koordinaten der vorgegebenen Punkte $P(x_1|y_1)$ und $Q(x_2|y_2)$ (Punktprobe) führt auf ein lineares Gleichungssystem mit den Unbekannten m und c , nach denen das Gleichungssystem aufzulösen ist. Für lineare Gleichungssysteme ist dabei die Anwendung von Gleichsetzungs-, Additions- oder Einsetzungsverfahren geboten. c) Es gilt die sog. Zweipunktform der Geradengleichung $y = mx+c$ mit den Punkten $P(x_1|y_1)$, $Q(x_2|y_2)$:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Leftrightarrow$$

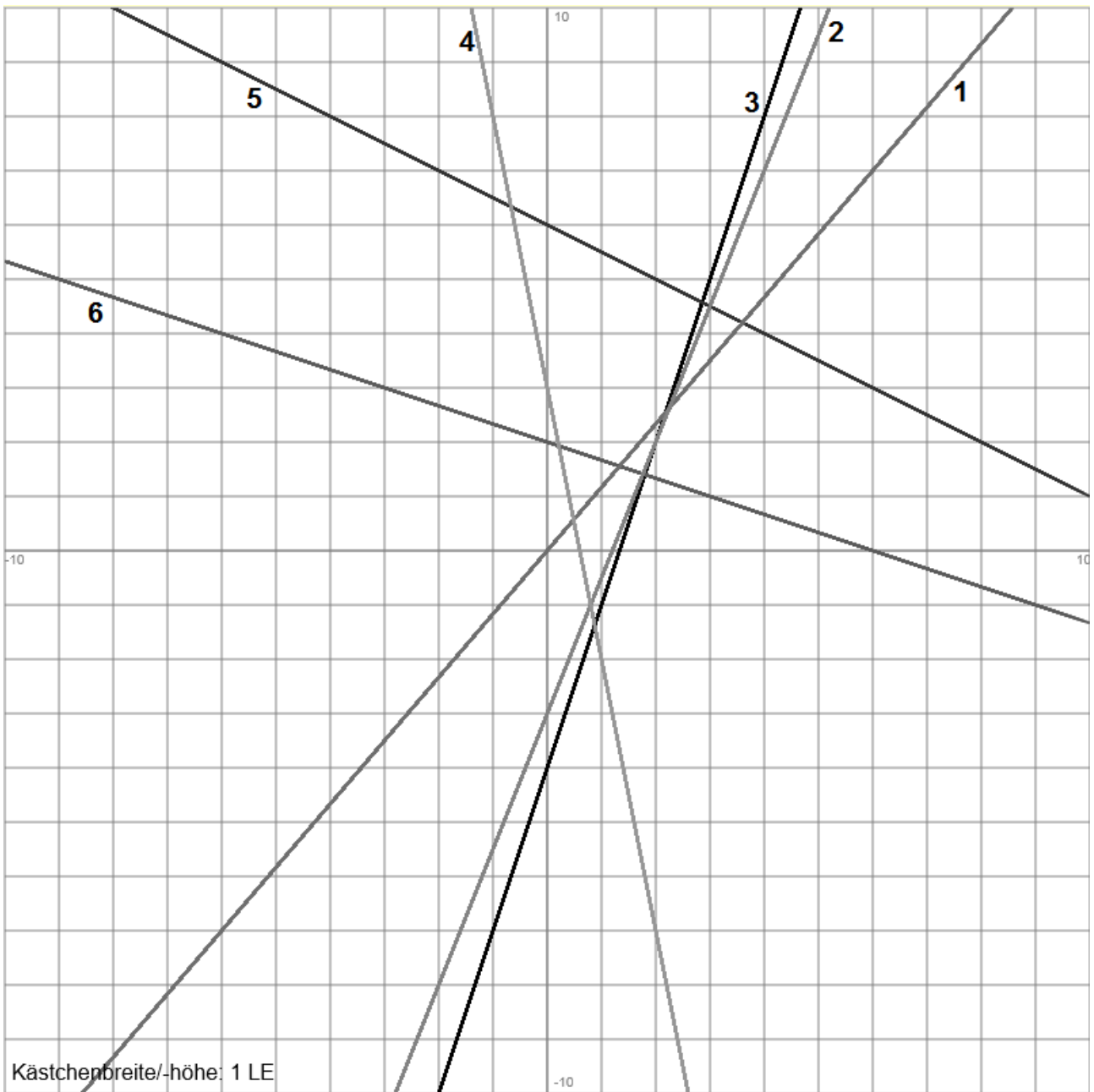
$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 + y_1$. III. Fehlende Punkte $P(x_0|y_0)$ in der jeweiligen Wertetabelle

werden wie folgt ergänzt: a) Berechnung des y -Wertes: $x=x_0 \Rightarrow y_0 = mx_0+c$; b) Berechnung des x -Wertes: $y=y_0 \Rightarrow$

$$x_0 = \frac{y_0 - c}{m}, m \neq 0.$$

Lösungen: a) $y = -2,4x$; b) $y = 2x+1$; c) $y = -3x+8$; d) $y = 4,5x$; e) $y = -x+4$; f) $y = -4,1x+6,1$; g) $y = -2x+11$; h) $y = \frac{5}{3}x+1$.

Aufgabe 6: Bestimme die Funktionsgleichungen der Geraden aus den Graphen.



Vorgehensweise: a) Zum Graphen der Geraden $y = mx+c$ ist die Steigung mit Hilfe eines (virtuellen) Steigungsdreiecks

oder durch zwei Geradenpunkte $P(x_1|y_1)$, $Q(x_2|y_2)$ zu bestimmen, so dass $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ gilt. Das Einsetzen der Steigung m bzw. der x - und y -Koordinaten der Punkte $P(x_1|y_1)$ bzw. $Q(x_2|y_2)$ (Punktprobe) in den Geradenterm $y = mx+c$ führt auf: $c = y_1 - mx_1 = y_2 - mx_2$. b) Es gilt bei ermittelter Steigung m und ermitteltem Geradenpunkt $P(x_0|y_0)$ die sog. Punktsteigungsform der gesuchten Geraden $y = mx+c$: $\frac{y - y_0}{x - x_0} = m \Leftrightarrow y = m(x - x_0) + y_0 = mx - mx_0 + y_0$. c)

Das Einsetzen der x - und y -Koordinaten der ermittelten Geradenpunkte $P(x_1|y_1)$ und $Q(x_2|y_2)$ (Punktprobe) führt auf ein lineares Gleichungssystem mit den Unbekannten m und c , nach denen das Gleichungssystem aufzulösen ist. Für lineare Gleichungssysteme ist dabei die Anwendung von Gleichsetzungs-, Additions- oder Einsetzungsverfahren geboten. d) Es

gilt die sog. Zweipunkteform der Geradengleichung mit zwei Geradenpunkten $P(x_1|y_1)$, $Q(x_2|y_2)$: $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Leftrightarrow$

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}x_1 + y_1.$$

Lösungen: 1) $y = \frac{7}{6}x$; 2) $y = 2,5x - 3$; 3) $y = 3x - 4$; 4) $y = -5x + 3$; 5) $y = -0,5x + 6$; 6) $y = -\frac{1}{3}x + 2$.

Aufgabe 7: Zeichne die Geraden $y = mx+c$ in ein geeignetes x-y-Koordinatensystem.

a) $y = 3x-2$

b) $y = -4x+5$

c) $y = -\frac{5}{4}x$

d) $y = 9-x$

e) $y = \frac{5}{6}x + \frac{3}{2}$

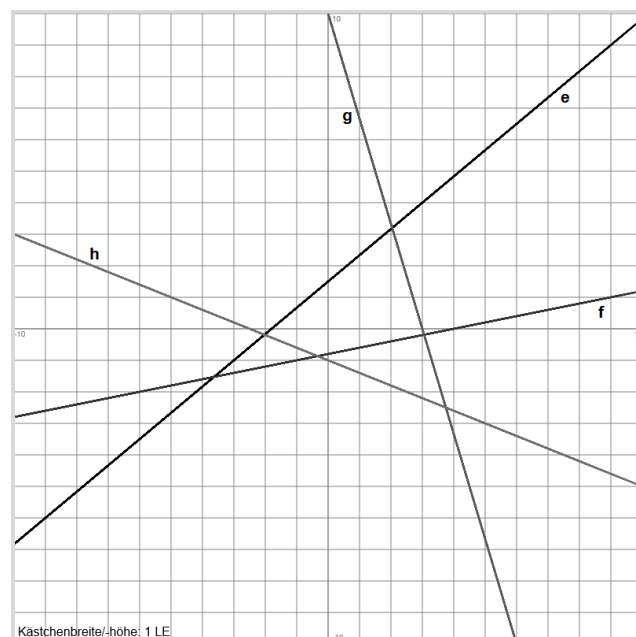
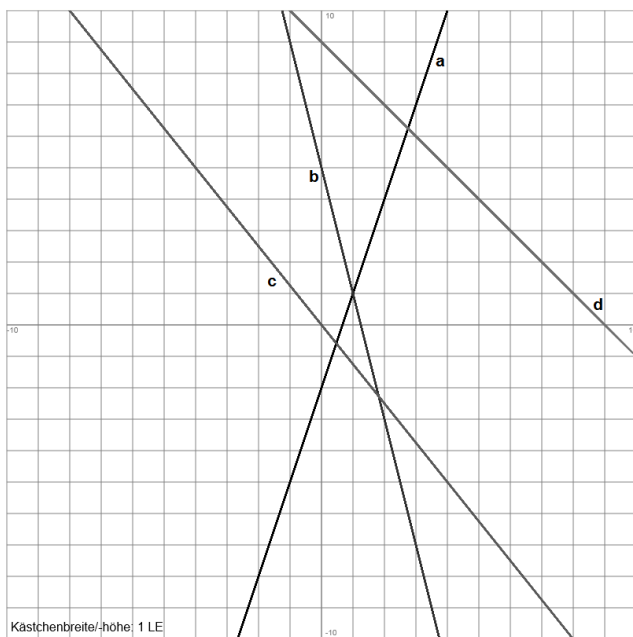
f) $y = \frac{1}{5}(x-4)$

g) $y = \frac{5}{3}(6-2x)$

h) $y = -0,4x-1$

Vorgehensweise: Das Anfertigen einer Wertetabelle liefert die (zwei) Geradenpunkte $P(x_1|y_1)$, $Q(x_2|y_2)$, ..., die in das x-y-Koordinatensystem eingetragen werden können. Da durch zwei Punkte genau eine Gerade geht, lassen sich die eingezeichneten Punkte passend miteinander verbinden.

Lösungen:



Aufgabe 8: Bestimme die Achsenschnittpunkte der Geraden $y = mx+c$.

a) $y = -2x+8$

b) $y = 5x-7$

c) $y = -\frac{2}{5}x$

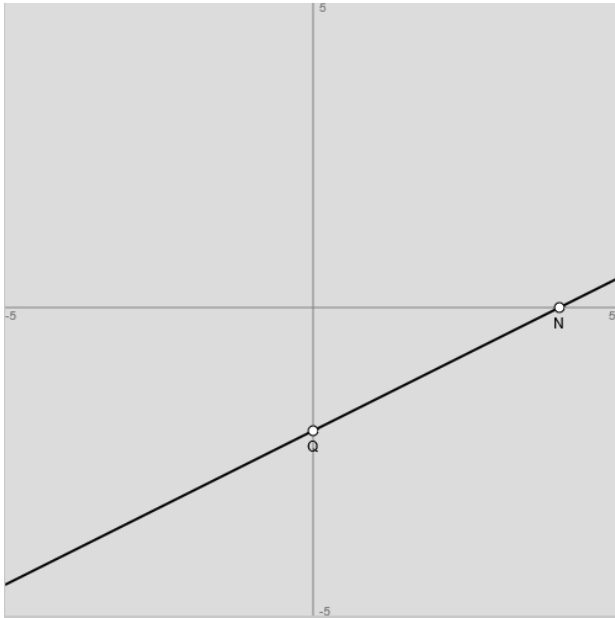
d) $y = -\frac{1}{2}x-8$

e) $y = \frac{1}{4}x+3$

f) $y = 5-3x$

g) $y = -\frac{1}{6}x+1$

h) $y = -2$



Vorgehensweise: I. Schnittpunkt mit der y-Achse: Aus $x=0$ folgt für $y = mx+c$ der y-Achsenabschnitt c und der y-Achsenabschnittspunkt $Q=S_y(0|c)$. II. Schnittpunkt mit der x-Achse: Zur Bestimmung der Nullstelle der Geraden hat die Gleichung $y = mx+c = 0$ die Lösung: $x = -c/m, m \neq 0$; die Nullstelle lautet dann: $N(-c/m|0)$.

$y=0,5x-2$: $Q=S_y(0|-2), N(4|0)$

Lösungen: a) $S_y(0|8), N(4|0)$; b) $S_y(0|-7), N(1,4|0)$; c) $S_y=N(0|0)$; d) $S_y(0|-8), N(-16|0)$; e) $S_y(0|3), N(-12|0)$; f) $S_y(0|5), N(5/3|0)$; g) $S_y(0|1), N(6|0)$; h) $S_y(0|-2)$, keine Nullstelle.

Aufgabe 9: Bestimme den Steigungswinkel der Geraden $y = mx+c$.

a) $y = 2x-6$

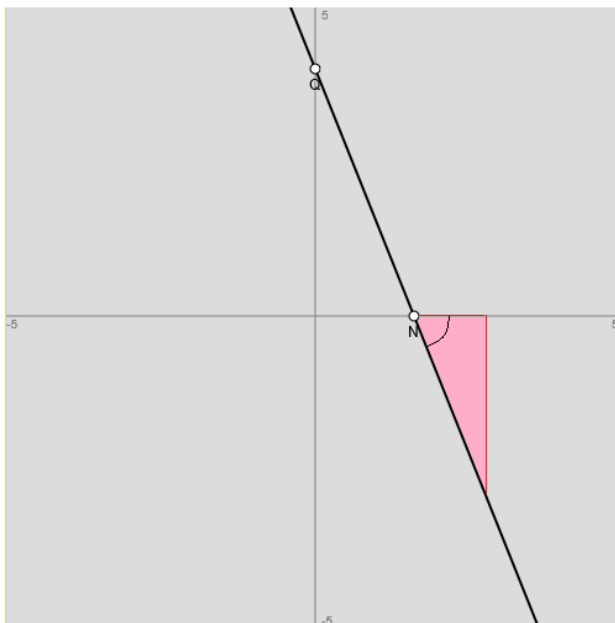
b) $y = -\frac{1}{2}x$

c) $y = x-21,3$

d) $y = -3x+7,5$

e) $y = \frac{5}{16}x$

f) $y = -4(x+3,8)$



Vorgehensweise: Der (spitze) Steigungswinkel einer Geraden errechnet sich aus: $\tan \varphi = |m| \Leftrightarrow \varphi = \tan^{-1}|m|$.

$y=-2,5x+4$: $\varphi = (-)68,2^\circ$

Lösungen: a) $\varphi = 63,43^\circ$; b) $\varphi = (-)26,57^\circ$; c) $\varphi = 45^\circ$; d) $\varphi = (-)71,57^\circ$; e) $\varphi = 17,35^\circ$; f) $\varphi = (-)75,96^\circ$.

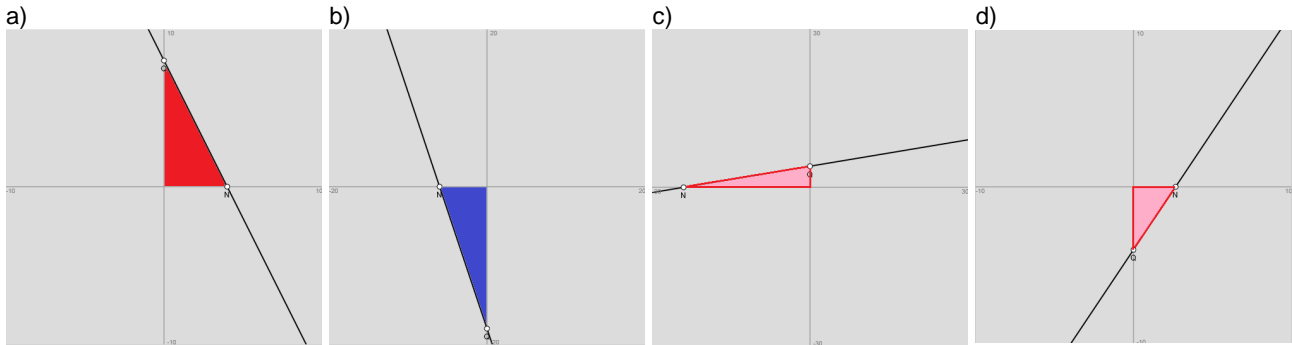
Aufgabe 10: a) Ermittle den Flächeninhalt des Dreiecks, das im x-y-Koordinatensystem von der Geraden $y = 8-2x$ und den Koordinatenachsen begrenzt wird.

b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks, das im x-y-Koordinatensystem den Ursprung $O(0|0)$ sowie den y-Achsenabschnittspunkt und die Nullstelle der Geraden $y = -3(x+6)$ als Ecken hat.

- c) Wie groß ist der Umfang des Dreiecks, dessen Ecken im x-y-Koordinatensystem der Koordinatenursprung $O(0|0)$, der y-Achsenabschnittspunkt und die Nullstelle der Geraden $y = \frac{1}{6}x + 2$ sind?
- d) Wie groß ist der Umfang des Dreiecks, das von den Achsen des x-y-Koordinatensystems und der Geraden $y = \frac{3}{2}x - 4$ gebildet wird?

Vorgehensweise: I. Schnittpunkt mit der y-Achse: Aus $x=0$ folgt für $y = mx+c$ der y-Achsenabschnitt c und der y-Achsenabschnittspunkt $Q=S_y(0|c)$. II. Schnittpunkt mit der x-Achse: Zur Bestimmung der Nullstelle der Geraden hat die Gleichung $y = mx+c = 0$ die Lösung: $x = -c/m$, $m \neq 0$; die Nullstelle lautet dann: $N(-c/m|0)$. III. Es gilt für ein Dreieck $\Delta O S_y N$ zwischen Koordinatenursprung $O(0|0)$, y-Achsenabschnittspunkt $S_y(0|c)$ und der Nullstelle $N(-c/m|0)$ einer Geraden

$$y = mx+c: \text{Fläche } A = \frac{c^2}{2|m|}; \text{Umfang } u = |c| + \left| \frac{c}{m} \right| + \sqrt{c^2 + \left(\frac{c}{m} \right)^2}.$$



Lösungen: a) $S_y(0|8)$, $N(4|0) \rightarrow A = 4 \cdot 8 / 2 = 16$ FE; b) $S_y(0|-18)$, $N(-6|0)$ $A = 6 \cdot 18 / 2 = 54$ FE;

c) $S_y(0|2)$, $N(-24|0) \rightarrow u = 24 + 2 + 24,08 = 50,08$ LE; d) $S_y(0|-4)$, $N(8/3|0) \rightarrow u = \frac{8}{3} + 4 + 4,81 = 11,47$ LE.

Aufgabe 11: Welche Punkte A, B, ... liegen auf der Geraden $y = mx+c$?

- a) $y = 2x - 10$, A(-1|-9), B(1|-8), C(6|2)
- b) $y = -\frac{1}{7}x + 2$, A(-2|\frac{16}{7}), B(0|2), C(1|\frac{12}{7}), D(7|0,5), E(14|0)
- c) $y = \frac{5x+3}{2}$, A(-3|-6), B(0|2), C(10|26,5), D(15|40)
- d) $y = -4,6x + 8,2$, A(-2|17,4), B(5|-14,8), C(8|-29,2)

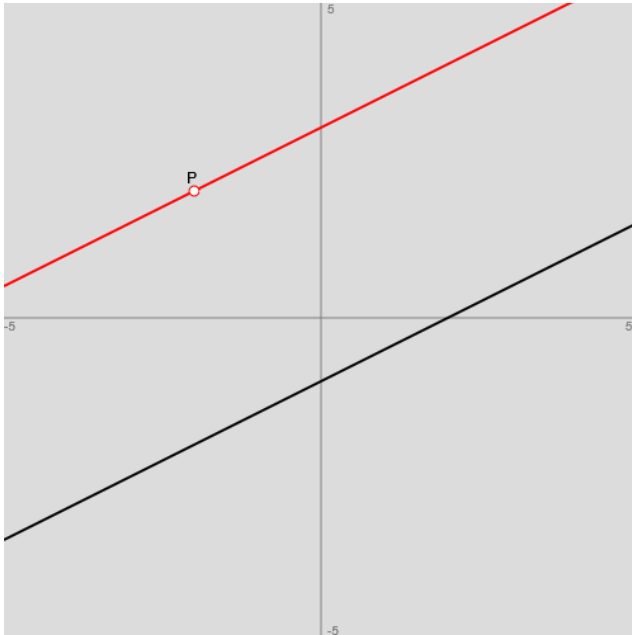
Vorgehensweise: Es gilt die Punktprobe, d.h. für einen Punkt $A(x_0|y_0)$ ergibt sich durch Einsetzen in die Geradengleichung $y = mx+c$ aus: $y_0 = mx_0+c$, dass A auf der Geraden liegt, aus: $y_0 \neq mx_0+c$, dass A nicht auf der Geraden liegt.

Lösungen:

y =	A	B	C	D	E
$2x-10$	nicht auf Gerade	auf Gerade	auf Gerade		
$-x/7+2$	auf Gerade	auf Gerade	nicht auf Gerade	nicht auf Gerade	auf Gerade
$(5x+3)/2$	auf Gerade	nicht auf Gerade	auf Gerade	nicht auf Gerade	
$-4,6x+8,2$	auf Gerade	auf Gerade	nicht auf Gerade		

Aufgabe 12: Bestimme die Funktionsgleichung der zur Geraden g parallelen Geraden h durch den Punkt P.

- a) g: $y = 3x+2$, P(0|5) b) g: $y = -\frac{3}{4}x$, P(2|3)
- c) g: $y = -2x+5$, P(-1|4) d) g: $y = -0,2x-1$, P(-8|-4)
- e) g: $y = \frac{1}{3}x-4$, P(6|-1) f) g: $y = -4$, P(3|5)



Vorgehensweise: I. Die Gerade $g: y = mx+c$ liefert wegen der Parallelität der Geraden g und h die Steigung m der Geraden h . II. a) Das Einsetzen der Steigung m bzw. der x - und y -Koordinaten des vorgegebenen Punktes $P(x_0|y_0)$ (Punktprobe) in den Geradenterm $h: y = mx+c_1$ führt auf: $y_0 = mx_0+c_1$ und damit auf: $c_1 = y_0-mx_0$. b) Es gilt die sog. Punktsteigungsform der gesuchten parallelen Geraden $h: y = mx+c_1$:

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = m \Leftrightarrow y = m(x - x_0) + y_0 = mx - mx_0 + y_0.$$

Gerade $g: y = 0,5x-1$, Punkt $P(-2|2)$: $m=0,5 \rightarrow$ parallele Gerade $h: y = 0,5x+3$

Lösungen: a) $h: y = 3x+5$; b) $y = -0,75x+4,5$; c) $y = -2x+2$; d) $y = -0,2x-5,6$; e) $y = x/3-3$; f) $y = 5$.

Aufgabe 13: Wo schneidet die zur Geraden g parallele Gerade h durch den Punkt P die Achsen des Koordinatensystems?

- | | |
|--------------------------------------|---|
| a) $g: y = -3x+3, P(-1 8)$ | b) $g: y = -\frac{10}{3}x-4, P(2 \frac{16}{3})$ |
| c) $g: y = -\frac{4}{5}x, P(-10 14)$ | d) $g: y = 5x+2, P(-4 -6)$ |
| e) $g: y = \frac{5}{6}x-6, P(3 -5)$ | f) $g: y = -\frac{9}{8}x+\frac{9}{2}, P(-2 -6,5)$ |

Vorgehensweise: I. Die Gerade $g: y = mx+c$ liefert wegen der Parallelität der Geraden g und h die Steigung m der Geraden h . II. a) Das Einsetzen der Steigung m bzw. der x - und y -Koordinaten des vorgegebenen Punktes $P(x_0|y_0)$ (Punktprobe) in den Geradenterm $h: y = mx+c_1$ führt auf: $y_0 = mx_0+c_1$ und damit auf: $c_1 = y_0-mx_0$. b) Es gilt die sog. Punktsteigungsform der gesuchten parallelen Geraden $h: y = mx+c_1$:

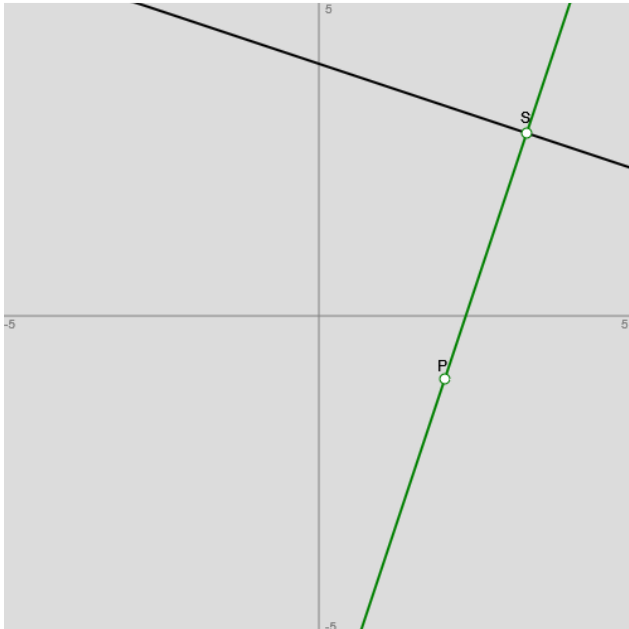
$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = m \Leftrightarrow y = m(x - x_0) + y_0 = mx - mx_0 + y_0.$$

III. Schnittpunkt der Geraden $h: y = mx+c_1$ mit der y -Achse: Aus $x=0$ folgt für $y = mx+c_1$ der y -Achsenabschnitt c_1 und der y -Achsenabschnittspunkt $Q=S_y(0|c_1)$. IV. Schnittpunkt mit der x -Achse: Zur Bestimmung der Nullstelle der Geraden hat die Gleichung $y = mx+c_1 = 0$ die Lösung: $x = -c_1/m, m \neq 0$; die Nullstelle lautet dann: $N(-c_1/m|0)$.

Lösungen: a) $h: y = -3x+5, N(5/3|0), S_y(0|5)$; b) $h: y = -10x/3+12, N(-3,6|0), S_y(0|12)$; c) $h: y = -0,8x+6, N(7,5|0), S_y(0|6)$; d) $h: y = 5x+14, N(-2,8|0), S_y(0|14)$; e) $h: y = 5x/6-7,5, N(9|0), S_y(0|-7,5)$; f) $h: y = -1,125x-8,75, N(-70/9|0), S_y(0|-8,75)$.

Aufgabe 14: Bestimme die Funktionsgleichung der zur Geraden g senkrechten Geraden h durch den Punkt P .

- | | |
|--|---|
| a) $g: y = -x+3, P(1 2)$ | b) $g: y = -\frac{5}{6}x-1, P(2 0)$ |
| c) $g: y = 4-5x, P(-2 -3)$ | d) $g: y = 4x-3, P(0 5)$ |
| e) $g: y = -\frac{5x-6}{3}, P(3 -0,5)$ | f) $g: y = \frac{2}{7}x-2,2, P(-1 1,8)$ |



Vorgehensweise: I. Die Gerade $g: y = mx+c$ liefert wegen der Orthogonalität der Geraden g und h die Steigung $-1/m$ der Geraden h . II. a) Das Einsetzen der Steigung $m_1=-1/m$ bzw. der x - und y -Koordinaten des vorgegebenen Punktes $P(x_0|y_0)$ (Punktprobe) in den Geradenterm $h: y = m_1x+c_1$ führt auf: $y_0 = m_1x_0+c_1$ und damit auf: $c_1 = y_0-m_1x_0$. b) Es gilt die sog. Punktsteigungsform der gesuchten orthogonalen Geraden $h: y = m_1x+c_1$ mit Steigung $m_1=-1/m$:

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = m_1 \Leftrightarrow y = m_1(x - x_0) + y_0 = m_1x - m_1x_0 + y_0.$$

Gerade $g: y = 4-x/3$, Punkt $P(2|-1)$: $m=-1/3 \rightarrow m_1=3 \rightarrow$ senkrechte Gerade $h: y = 3x-7$

Lösungen: a) $h: y = x+1$; b) $y = 1,2x-2,4$; c) $y = 0,2x-2,6$; d) $y = -0,25x+5$; e) $y = 0,6x-2,3$; f) $y = -3,5x-1,7$.

Aufgabe 15: Wo schneidet die zur Geraden g senkrechte Gerade h durch den Punkt P die Achsen des Koordinatensystems?

- | | |
|---|--------------------------------------|
| a) $g: y = 2x+5, P(0 -4)$ | b) $g: y = -\frac{1}{2}x+1, P(2 -5)$ |
| c) $g: y = 6,5-1,5x, P(-2,5 -6)$ | d) $g: y = 4x-1, P(8 0)$ |
| e) $g: y = \frac{2x+9}{5}, P(-4,8 1,5)$ | f) $g: y = \frac{4}{9}x, P(-12 8)$ |

Vorgehensweise: I. Die Gerade $g: y = mx+c$ liefert wegen der Orthogonalität der Geraden g und h die Steigung $-1/m$ der Geraden h . II. a) Das Einsetzen der Steigung $m_1=-1/m$ bzw. der x - und y -Koordinaten des vorgegebenen Punktes $P(x_0|y_0)$ (Punktprobe) in den Geradenterm $h: y = m_1x+c_1$ führt auf: $y_0 = m_1x_0+c_1$ und damit auf: $c_1 = y_0-m_1x_0$. b) Es gilt die sog. Punktsteigungsform der gesuchten orthogonalen Geraden $h: y = m_1x+c_1$ mit der Steigung $m_1=-1/m$:

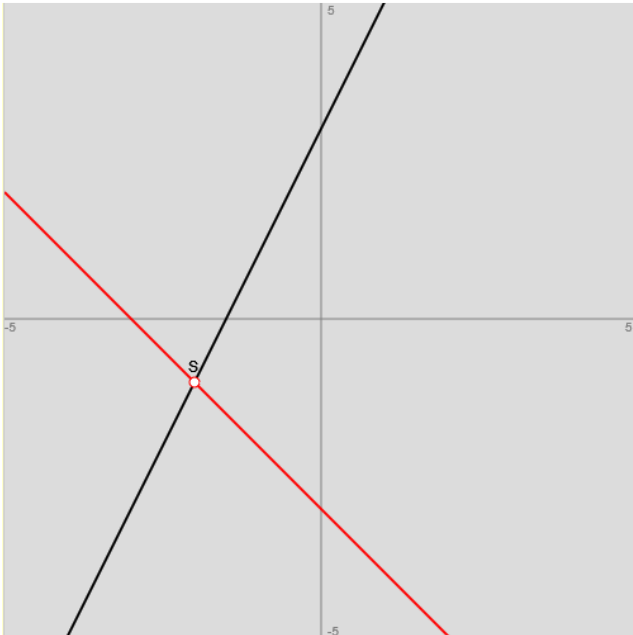
$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = m_1 \Leftrightarrow y = m_1(x - x_0) + y_0 = m_1x - m_1x_0 + y_0.$$

III. Schnittpunkt der Geraden $h: y = m_1x+c_1$ mit der y -Achse: Aus $x=0$ folgt für $y = m_1x+c_1$ der y -Achsenabschnitt c_1 und der y -Achsenabschnittspunkt $Q=S_y(0|c_1)$. IV. Schnittpunkt mit der x -Achse: Zur Bestimmung der Nullstelle der Geraden hat die Gleichung $y = m_1x+c_1 = 0$ die Lösung: $x = -c_1/m_1, m_1 \neq 0$; die Nullstelle lautet dann: $N(-c_1/m_1|0)$.

Lösungen: a) $h: y = -0,5x-4, N(-8|0), S_y(0|-4)=P(0|-4)$; b) $h: y = 2x-9, N(4,5|0), S_y(0|-9)$; c) $h: y = 2x/3-13/3, N(6,5|0), S_y(0|-13/3)$; d) $h: y = -0,25x+2, N(8|0)=P(8|0), S_y(0|2)$; e) $h: y = -2,5x-10,5, N(-4,2|0), S_y(0|-10,5)$; f) $h: y = 2,25x-19, N((76/9)|0), S_y(0|-19)$.

Aufgabe 16: Bestimme die Koordinaten des Punktes S , wo sich die Geraden g und h schneiden.

- | | |
|---|-------------------------------------|
| a) $g: y = -x-5, h: y = 4x$ | b) $g: y = 2x+1, h: y = 0,5x+4$ |
| c) $g: y = 1-\frac{2}{3}x, h: y = \frac{1}{5}x+1$ | d) $g: y = 3-4x, h: y = -x-6$ |
| e) $g: y = \frac{x+5}{2}, h: y = -4$ | f) $g: y = 5x-3, h: y = 6-x$ |
| g) $g: y = -\frac{2}{5}x, h: y = 2x+3$ | h) $g: y = 0,7x+4, h: y = 0,2x+1,6$ |



Vorgehensweise: Für die vorgegebenen zwei Geraden $g: y = m_1x + c_1$ und $h: y = m_2x + c_2$ liefert das lineare Gleichungssystem:

$$y = m_1x + c_1, y = m_2x + c_2$$

durch Gleichsetzen den Schnittpunkt:

$$S\left(\frac{c_2 - c_1}{m_1 - m_2} \mid \frac{c_2 - c_1}{m_1 - m_2} m_1 + c_1\right).$$

Geraden $g: y = 2x + 3$, $h: y = -x - 3$; Schnittpunkt $S(-2 \mid -1)$

Lösungen: a) $S(-1 \mid -4)$; b) $S(2 \mid 5)$; c) $S(0 \mid 1)$; d) $S(3 \mid -9)$; e) $S(-13 \mid -4)$; f) $S(1,5 \mid 4,5)$; g) $S(-1,25 \mid 0,5)$; h) $S(-4,8 \mid 0,64)$.

Aufgabe 17: Bestimme die Koordinaten des Schnittpunkts S und die Größe des Schnittwinkels φ der Geraden g und h .

a) $g: y = 4x + 1$, $h: y = 2x + 5$

b) $g: y = 7x$, $h: y = -4$

c) $g: y = 5 - 3x$, $h: y = \frac{3}{4}x - 7$

d) $g: y = 32 - 6x$, $h: y = -2x$

e) $g: y = \frac{-3x + 2}{5}$, $h: y = \frac{x - 3}{6}$

f) $g: y = -\frac{12}{11}x$, $h: y = \frac{2}{13}x$

g) $g: y = \frac{4}{3}x - 2$, $h: y = -0,75x + 6$

h) $g: y = 12x - 17$, $h: y = -9x + 46$

Vorgehensweise: I. Für die vorgegebenen zwei Geraden $g: y = m_1x + c_1$ und $h: y = m_2x + c_2$ liefert das lineare Gleichungssystem: $y = m_1x + c_1$, $y = m_2x + c_2$ durch Gleichsetzen den Schnittpunkt: $S\left(\frac{c_2 - c_1}{m_1 - m_2} \mid \frac{c_2 - c_1}{m_1 - m_2} m_1 + c_1\right)$. II. a) Der (spitze)

Schnittwinkel zwischen den Geraden g und h errechnet sich als: $\tan \varphi = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| \Leftrightarrow \varphi = \tan^{-1} \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$. b) Der

Schnittwinkel errechnet sich aus den Steigungswinkeln der Geraden g und h mit: $\varphi_1 = \tan^{-1}(m_1)$, $\varphi_2 = \tan^{-1}(m_2)$ als: $\varphi = |\varphi_1 - \varphi_2|$.

Lösungen: a) $S(2 \mid 9)$, $\varphi = 12,53^\circ$; b) $S(-4/7 \mid -4)$, $\varphi = 81,87^\circ$; c) $S(3,2 \mid -4,6)$, $\varphi = 71,57^\circ$; d) $S(8 \mid -16)$, $\varphi = 17,1^\circ$; e) $S(1,174 \mid -0,304)$, $\varphi = 40,43^\circ$; f) $S(0 \mid 0)$, $\varphi = 56,24^\circ$; g) $S(3,84 \mid 3,12)$, $\varphi = 90^\circ$; h) $S(3 \mid 19)$, $\varphi = 11,1^\circ$.

Aufgabe 18: Schneiden sich die Geraden g und h senkrecht? Bestimme Koordinaten des Schnittpunkts S .

a) $g: y = 12 - 4x$, $h: y = 0,25x - 5$

b) $g: y = -0,4x + 3,8$, $h: y = 2(x + 1)$

c) $g: y = \frac{3x - 1}{4}$, $h: y = -\frac{4}{3}x + 2$

d) $g: y = \frac{2}{7}x - \frac{41}{14}$, $h: y = -3,5x + \frac{6}{7}$

Vorgehensweise: I. Für die vorgegebenen zwei Geraden $g: y = m_1x + c_1$ und $h: y = m_2x + c_2$ liefert das lineare Gleichungssystem: $y = m_1x + c_1$, $y = m_2x + c_2$ durch Gleichsetzen den Schnittpunkt: $S\left(\frac{c_2 - c_1}{m_1 - m_2} \mid \frac{c_2 - c_1}{m_1 - m_2} m_1 + c_1\right)$. II. a) Es gilt für die Geraden $g: y = m_1x + c_1$ und $h: y = m_2x + c_2$ hinsichtlich der Geradensteigungen: $m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow g, h$ schneiden sich

senkrecht; $m_1 \cdot m_2 \neq -1 \Rightarrow g, h$ schneiden sich nicht senkrecht oder gar nicht. b) Der (spitze) Schnittwinkel zwischen den Geraden g und h errechnet sich als: $\tan \varphi = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| \Leftrightarrow \varphi = \tan^{-1} \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$. Ist der Winkel $\varphi = 90^\circ$, so schneiden sich die Geraden senkrecht. c) Der Schnittwinkel errechnet sich aus den Steigungswinkeln der Geraden $g: y = m_1 x + c_1$ und $h: y = m_2 x + c_2$ mit: $\varphi_1 = \tan^{-1}(m_1)$, $\varphi_2 = \tan^{-1}(m_2)$ als: $\varphi = |\varphi_1 - \varphi_2|$. Ist der Winkel $\varphi = 90^\circ$, so schneiden sich die Geraden senkrecht.

Lösungen: a) $S(4|-4)$, $\varphi = 90^\circ \rightarrow$ ja; b) $S(0,75|3,5)$, $\varphi = 85,24^\circ \rightarrow$ nein; c) $S(1,08|0,56)$, $\varphi = 90^\circ \rightarrow$ ja; d) $S(1|-37/14)$, $\varphi = 90^\circ \rightarrow$ ja.

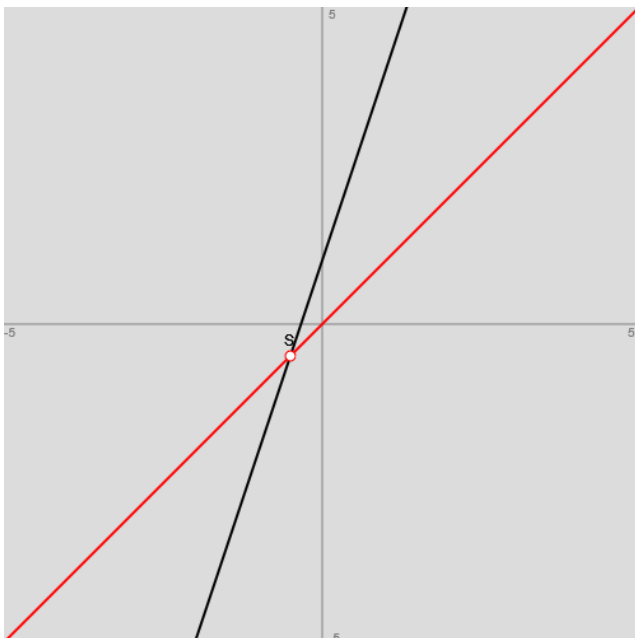
Aufgabe 19: Wo und unter welchem Winkel schneidet die Gerade g die 1. und 2. Winkelhalbierenden des Koordinatensystems?

a) $g: y = -2x + 4$

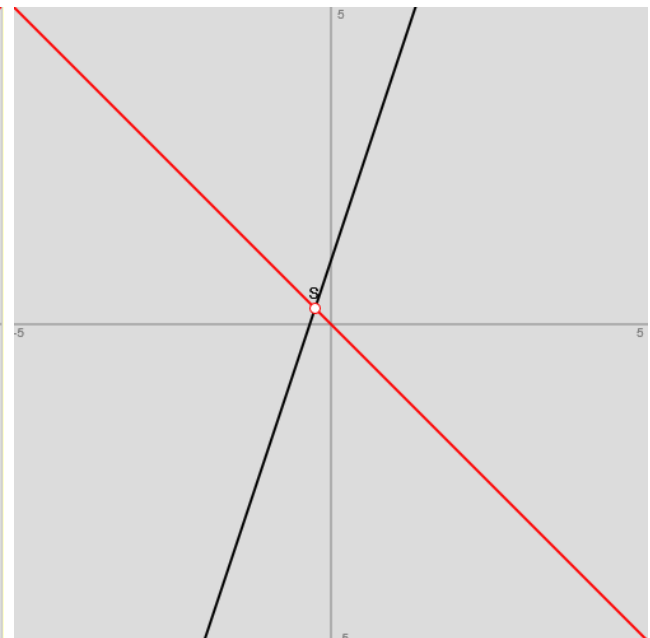
b) $g: y = -0,4x - 2,1$

c) $g: y = \frac{7}{4}$

d) $g: y = \frac{32(x - \frac{15}{8})}{5}$



Geraden $y = 3x + 1$, $y = x$: $S_1(-0,5|-0,5)$, $\varphi = 26,57^\circ$



Geraden $y = 3x + 1$, $y = -x$: $S_2(-0,25|0,25)$, $\varphi = 63,43^\circ$

Vorgehensweise: I. Für die vorgegebenen zwei Geraden $g: y = m_1 x + c_1$ und 1. Winkelhalbierende: $y = x$ liefert das lineare Gleichungssystem: $y = m_1 x + c_1$, $y = x$ durch Gleichsetzen den Schnittpunkt: $S_1(\frac{c_1}{1 - m_1} | \frac{c_1}{1 - m_1})$. II. Für die vorgegebenen zwei Geraden $g: y = m_1 x + c_1$ und 2. Winkelhalbierende: $y = -x$ liefert das lineare Gleichungssystem: $y = m_1 x + c_1$, $y = -x$ durch Gleichsetzen den Schnittpunkt: $S_2(\frac{-c_1}{1 + m_1} | \frac{c_1}{1 + m_1})$. III. a) Der (spitze) Schnittwinkel zwischen der Geraden

g und der 1. bzw. 2. Winkelhalbierenden $y = \pm x$ errechnet sich als: $\tan \varphi = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| \Leftrightarrow \varphi = \tan^{-1} \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$. b) Der Schnittwinkel errechnet sich aus den Steigungswinkeln der Geraden $g: y = m_1 x + c_1$ und $h: y = m_2 x + c_2$ mit: $\varphi_1 = \tan^{-1}(m_1)$, $\varphi_2 = \tan^{-1}(m_2)$ als: $\varphi = |\varphi_1 - \varphi_2|$.

Lösungen: a) $S_1(4/4|4/3)$, $\varphi_1 = 71,57^\circ$, $S_2(4|-4)$, $\varphi_2 = 18,43^\circ$; b) $S_1(-1,5|-1,5)$, $\varphi_1 = 66,8^\circ$, $S_2(3,5|-3,5)$, $\varphi_2 = 23,2^\circ$; c) $S_1(1,75|1,75)$, $\varphi_1 = 45^\circ$, $S_2(-1,75|1,75)$, $\varphi_2 = 45^\circ$; d) $S_1(20/9|20/9)$, $\varphi_1 = 36,12^\circ$, $S_2(1,622|-1,622)$, $\varphi_2 = 53,88^\circ$.

Aufgabe 20: Wo schneidet die Gerade g die dazu senkrechte Gerade h durch den Punkt P . Berechne die Koordinaten des Schnittpunkts S .

a) g: $y = -3x+2$, P(3|0)

b) g: $y = 0,2x+3$, P(-5|2)

c) g: $y = -\frac{1}{4}x+5$, P(1|-3,75)

d) g: $y = 10(x-2)$, P(25|28)

Vorgehensweise: I. Die Gerade g: $y = mx+c$ liefert wegen der Orthogonalität der Geraden g und h die Steigung $-1/m$ der Geraden h. II. a) Das Einsetzen der Steigung $m_1=-1/m$ bzw. der x- und y-Koordinaten des vorgegebenen Punktes P($x_0|y_0$) (Punktprobe) in den Geradenterm h: $y = m_1x+c_1$ führt auf: $y_0 = m_1x_0+c_1$ und damit auf: $c_1 = y_0-m_1x_0$. b) Es gilt die sog. Punktsteigungsform der gesuchten orthogonalen Geraden h: $y = m_1x+c_1$ mit der Steigung $m_1=-1/m$:

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = m_1 \Leftrightarrow y = m_1(x - x_0) + y_0 = m_1x - m_1x_0 + y_0.$$

III. a) Das Einsetzen der Steigung $m_1=-1/m$ bzw. der x- und y-Koordinaten des vorgegebenen Punktes P($x_0|y_0$) (Punktprobe) in den Geradenterm h: $y = m_1x+c_1$ führt auf: $y_0 = m_1x_0+c_1$ und damit auf: $c_1 = y_0-m_1x_0$. b) Es gilt die sog. Punktsteigungsform der gesuchten orthogonalen Geraden h: $y = m_1x+c_1$ mit Steigung $m_1=-1/m$:

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = m_1 \Leftrightarrow y = m_1(x - x_0) + y_0 = m_1x - m_1x_0 + y_0.$$

Lösungen: a) h: $y = x/3-1$, S(0,9|-0,7); b) h: $y = -5x-23$, S(-5|2)=P(-5|2); c) h: $y = 4x-7,75$, S(3|4,25); d) h: $y = -0,1x+30,5$, S(5|30).

Aufgabe 21: a) Wie heißen die Funktionsgleichungen, deren Geraden g und h mit der Steigung $m = -2$ durch die Punkte P(1|-2) bzw. Q(-2|5) zueinander parallel laufen.

b) Wie heißen die Funktionsgleichungen, deren Geraden g und h sich im Punkt S(-4|-1) senkrecht schneiden, wobei eine der Geraden die Steigung $m = 2$ besitzt?

c) Wie heißen die Funktionsgleichungen, deren Geraden g und h sich im Punkt S(2|-6) senkrecht schneiden, wenn eine der Geraden noch zusätzlich durch den Punkt P(4|2) verläuft?

d) Eine Gerade g durch die Punkte A(-1|4) und B(5|10) und eine Gerade h mit Steigung $m = 5$ und y-Achsenabschnitt $c = 10$ schneiden sich. Bestimme die Koordinaten des Schnittpunkts S und die Größe des Schnittwinkels φ .

e) Eine Gerade g durch die Punkte A(-5|3) und B(4|6) und eine Gerade h durch die Punkte C(1|5) und D(9|-3) schneiden sich. Bestimme die Koordinaten des Schnittpunkts S und die Größe des Schnittwinkels φ .

Vorgehensweise: I. Die Gerade g: $y = mx+c$ liefert wegen der Parallelität der Geraden g und h die Steigung m der Geraden h. II. Die Gerade g: $y = mx+c$ liefert wegen der Orthogonalität der Geraden g und h die Steigung $-1/m$ der Geraden h. III. Es gilt bei gegebener Steigung m und gegebenem Geradenpunkt P($x_0|y_0$) die sog. Punktsteigungsform der gesuchten Geraden $y = mx+c$:

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = m \Leftrightarrow y = m(x - x_0) + y_0 = mx - mx_0 + y_0.$$

IV. Es gilt die sog. Zweipunkteform der Geradengleichung mit zwei vorgegebenen Geradenpunkten P($x_1|y_1$), Q($x_2|y_2$):

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Leftrightarrow$$

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}x_1 + y_1.$$

V. Für vorgegebene zwei Geraden g: $y = m_1x+c_1$ und h: $y = m_2x+c_2$ liefert das lineare Gleichungssystem: $y = m_1x+c_1$, $y = m_2x+c_2$ durch Gleichsetzen den Schnittpunkt:

$$S\left(\frac{c_2 - c_1}{m_1 - m_2} \mid \frac{c_2 - c_1}{m_1 - m_2}m_1 + c_1\right).$$

VI. Der (spitze) Schnittwinkel zwischen zwei Geraden g und h mit: g: $y = m_1x+c_1$ und h: $y = m_2x+c_2$ errechnet sich als:

$$\tan \varphi = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2} \right| \Leftrightarrow \varphi = \tan^{-1} \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2} \right|.$$

Lösungen: a) g: $y = -2x$, h: $y = -2x+1$; b) g: $y = 2x+9$, h: $y = -0,5x-3$; c) g: $y = 4x-14$, h: $y = -0,25x-5,5$; d) g: $y = x+5$, h: $y = 5x+10$, S(-1,25|3,75), $\varphi = 33,69^\circ$; e) g: $y = x/3+14/3$, h: $y = -x+6$, S(1|5)=C(1|5), $\varphi = 63,43^\circ$.

Aufgabe 22: a) Gegeben sind die Funktionsgleichungen der Geraden g und h mit:

$$g: y = -2x+6, h: y = 0,4x+3.$$

Die Geraden schließen zusammen mit der x-Achse des Koordinatensystems ein Dreieck ein. Berechne den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

b) Gegeben sind die Funktionsgleichungen der Geraden g und h mit:

$$g: y = \frac{3}{4}x - 2, \quad h: y = 13 - \frac{15}{4}x.$$

Die Geraden schließen zusammen mit der y-Achse des Koordinatensystems ein Dreieck ein. Berechne den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

c) Gegeben sind die Funktionsgleichungen der Geraden g, h und k mit:

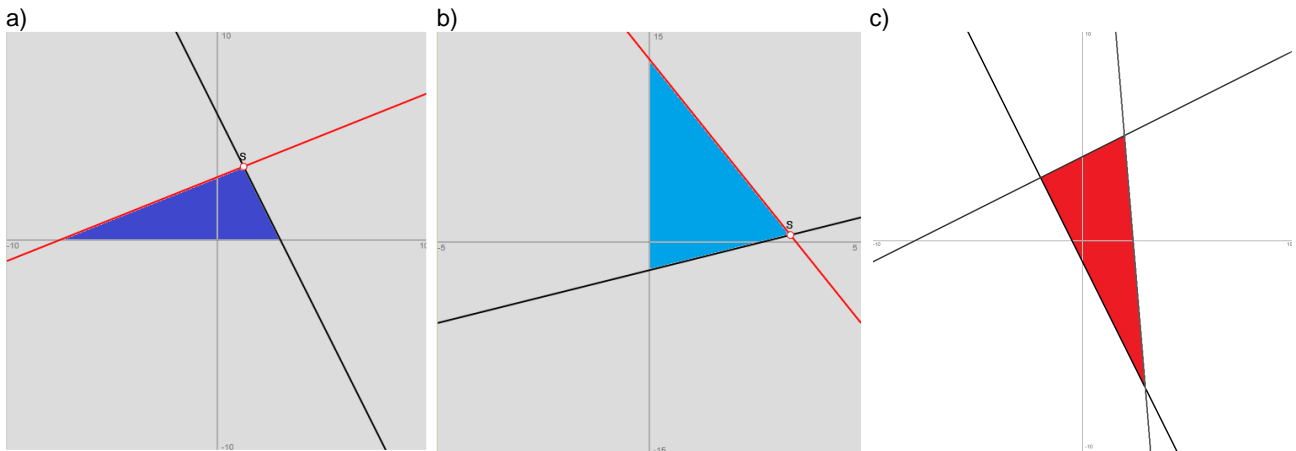
$$g: y = -2x - 1, \quad h: y = 0,5x + 4, \quad k: y = -12x + 29.$$

Die Geraden schließen ein rechtwinkliges Dreieck ein. Bestimme die Eckpunkte A, B, C des Dreiecks sowie dessen Flächeninhalt und Umfang.

Vorgehensweise: I. Schnittpunkt mit der y-Achse: Aus $x=0$ folgt für $y = mx+c$ der y-Achsenabschnitt c und der y-Achsenabschnittspunkt $S_y(0|c)$. II. Schnittpunkt mit der x-Achse: Zur Bestimmung der Nullstelle der Geraden hat die Gleichung $y = mx+c = 0$ die Lösung: $x = -c/m, m \neq 0$; die Nullstelle lautet dann: $N(-c/m|0)$. III. Für vorgegebene zwei Geraden $g: y = m_1x+c_1$ und $h: y = m_2x+c_2$ liefert das lineare Gleichungssystem: $y = m_1x+c_1, y = m_2x+c_2$ durch Gleichsetzen

den Schnittpunkt: $S\left(\frac{c_2 - c_1}{m_1 - m_2} \mid \frac{c_2 - c_1}{m_1 - m_2} m_1 + c_1\right)$. IV. Es gilt hinsichtlich der Geraden und der Geradensteigungen:

$m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow g, h$ schneiden sich senkrecht; $m_1 \cdot m_2 \neq -1 \Rightarrow g, h$ schneiden sich nicht senkrecht oder gar nicht.



Lösungen: a) $g, h \rightarrow S(1,25|3,75), N_g(3|0), N_h(-7,5|0) \rightarrow g = 3 - (-7,5) = 10,5 \text{ LE}, h = 3,75 \text{ LE} \rightarrow A = gh/2 = 19,6875 \text{ FE}$;
 b) $g, h \rightarrow S(10/3|0,5), S_{yg}(0|-2), S_{yh}(0|13) \rightarrow g = 13 - (-2) = 15 \text{ LE}, h = 10/3 \text{ LE} \rightarrow A = gh/2 = 25 \text{ FE}$;
 c) $g, h, k \rightarrow A(-2|1), B(3|-7), C(2|5), \text{ rechter Winkel bei A} \rightarrow \text{Seiten } a = 12,04 \text{ LE}, b = 4,47 \text{ LE}, c = 11,18 \text{ LE} \rightarrow A = bc/2 = 24,99 \text{ FE}, u = a+b+c = 27,69 \text{ LE}.$

Aufgabe 23: Wie liegen die Geraden g und h zueinander? Berechne gegebenenfalls die Koordinaten des Schnittpunkts S und die Größe des Schnittwinkels φ .

a) $g: y = -x+5, h: y = 3x-1$

b) $g: y = 0,8x+2, h: y = \frac{4(x-2)}{5}$

c) $g: y = -\frac{5}{6}x+8, h: y = \frac{2}{3}x+1$

d) $g: y = \frac{3(5-x)}{8}, h: y = -0,375x+1,875$

e) $g: y = \frac{3x+12}{2}, h: y = -4x+22,5$

f) $g: y = 5x-11, h: y = \frac{11}{8}x+3,5$

g) $g: y = 15 - \frac{7}{16}x, h: y = -0,4375x+7$

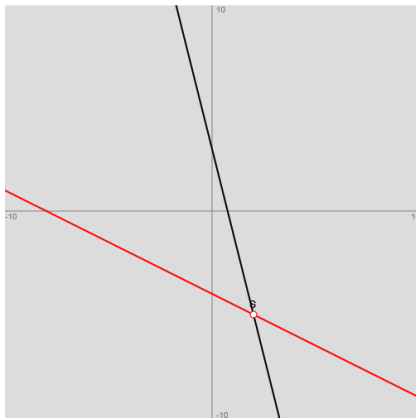
h) $g: y = 2,5(x+3), h: y = -1,5(x+10)$

Vorgehensweise: I. a) Für vorgegebene zwei Geraden $g: y = m_1x+c_1$ und $h: y = m_2x+c_2$ liefert das lineare Gleichungssystem: $y = m_1x+c_1, y = m_2x+c_2$ durch Gleichsetzen den Schnittpunkt: $S\left(\frac{c_2 - c_1}{m_1 - m_2} \mid \frac{c_2 - c_1}{m_1 - m_2} m_1 + c_1\right)$ ($m_1 \neq m_2$) oder

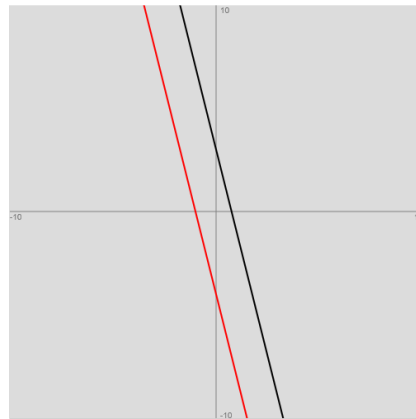
keine Lösung ($m_1=m_2, c_1 \neq c_2$) bei parallelen Geraden oder unendlich viele Lösungen ($m_1=m_2, c_1=c_2$) bei identischen Geraden. b) Gilt bei vorgegebenen zwei Geraden $g: y = m_1x+c_1$ und $h: y = m_2x+c_2$ hinsichtlich der Steigungen $m_1=m_2$, so sind die Geraden g und h entweder parallel ($c_1 \neq c_2$) oder identisch ($c_1=c_2$). II. a) Im Fall der Existenz des Schnittpunkts errechnet sich der (spitze) Schnittwinkel zwischen zwei Geraden g und h mit: $g: y = m_1x+c_1$ und $h: y = m_2x+c_2$ als:

$$\tan \varphi = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| \Leftrightarrow \varphi = \tan^{-1} \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| . \text{ b) Im Fall der Existenz des Schnittpunkts bestimmt sich der Schnittwinkel}$$

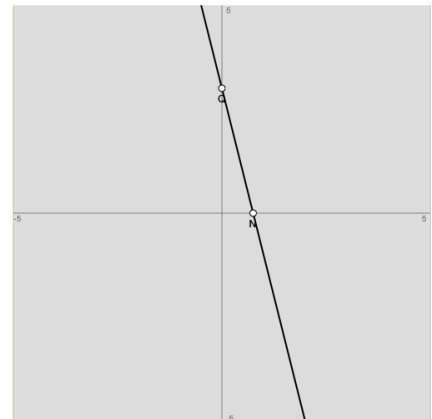
aus den Steigungswinkeln der Geraden $g: y = m_1 x + c_1$ und $h: y = m_2 x + c_2$ mit: $\varphi_1 = \tan^{-1}(m_1)$, $\varphi_2 = \tan^{-1}(m_2)$ als:
 $\varphi = |\varphi_1 - \varphi_2|$.



Geraden $y = -4x + 3$, $y = -0,5x - 4$:
 $S(2|-5)$, $\varphi = 49,4^\circ$



Geraden $y = -4x + 3$, $y = -4x - 4$:
 Geraden sind parallel



Geraden $y = -4x + 3$, $y = 3 - 4x$:
 Geraden sind identisch

Lösungen: a) $S(1,5|3,5)$, $\varphi = 63,43^\circ$; b) $g: y = 0,8x + 2$, $h: y = 0,8x - 1,6 \rightarrow g, h$ sind parallel; c) $S(14/3|37/9)$, $\varphi = 73,5^\circ$;
 d) $g, h: y = -0,375x + 1,875 \rightarrow g = h$; e) $S(3|10,5)$, $\varphi = 47,73^\circ$; f) $S(4|9)$, $\varphi = 24,72^\circ$;
 g) $g: y = -0,4375x + 15$, $h: y = -0,4375x + 7 \rightarrow g, h$ sind parallel; h) $S(-5,625|-6,5625)$, $\varphi = 55,49^\circ$.

Abkürzungen: FE = Flächeneinheiten, LE = Längeneinheiten.