

Mathematik-Aufgabenpool

> Geraden IIa (Graphen, $y = mx + c$)

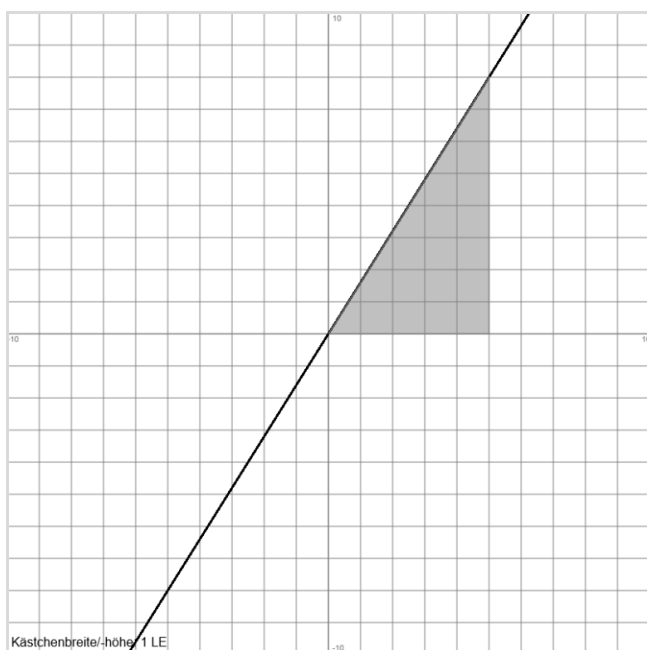
Einleitung: Geraden sind (als lineare Funktionen) von der Form: $y = mx + c$ mit Geradensteigung m und y-Achsenabschnitt c mit m, c als reelle Zahlen (Funktionsgleichung, Geradenterm). Geraden besitzen (bei $x=0$) den y-Achsenabschnittspunkt $S_y(0|c)$ und (bei $m \neq 0, y=0$) die Nullstelle $N(-c/m|0)$ als Schnittpunkte mit den Achsen des Koordinatensystems. Das Zeichnen von Geraden $y = mx + c$ in ein x-y-Koordinatensystem erfolgt über den y-Achsenabschnitt c durch Eintragen des y-Achsenabschnittspunkts $S_y(0|c)$ auf der y-Achse, danach über die Steigung m mit Hilfe des Steigungsdreiecks durch Eintragen eines zweiten Geradenpunktes $P(q|p+c)$, wenn die Steigung m als Bruch der Form $m = p/q$ mit ganzzahligen p, q bei $q > 0$ dargestellt und vom y-Achsenabschnittspunkt $S_y(0|c)$ das Steigungsdreieck q Längeneinheiten nach rechts und p Längeneinheiten nach oben ($p > 0$) bzw. nach unten ($p < 0$) ermittelt werden kann; durch die (zeichnerisch zu verbindenden) zwei Punkte $S_y(0|c)$ und $P(q|p+c)$ verläuft genau eine Gerade. Umgekehrt kann aus der Zeichnung einer Geraden (Graph) über Steigungsdreieck und y-Achsenabschnitt die Funktionsgleichung (Geradengleichung) ermittelt werden.

Darüber hinaus kann aus zwei (beliebigen, zeichnerisch zu verbindenden) Punkten $P(x_1|y_1), Q(x_2|y_2)$ eine Gerade in ein x-y-Koordinatensystem gezeichnet werden. Die Geradengleichung bestimmt sich mit dem Differenzenquotienten

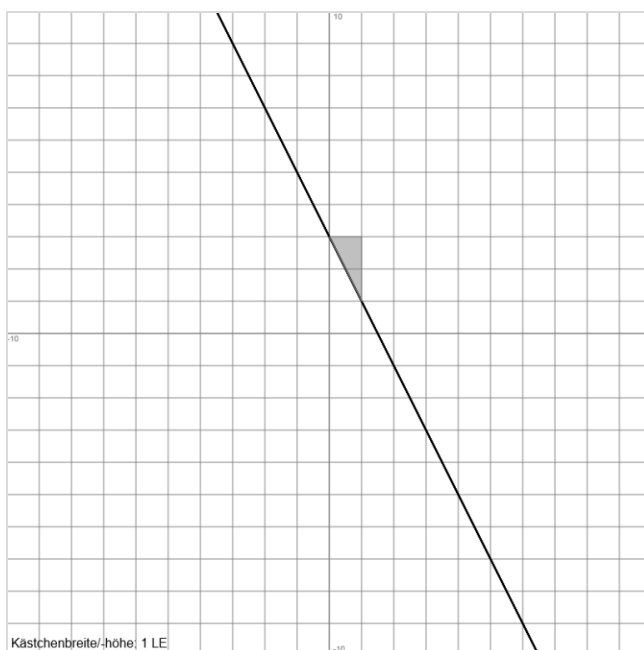
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ gemäß der Zweipunkteform: $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ als: $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$. Aus der Punktsteigungsform

form $\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$ folgt: $y = m(x - x_1) + y_1$.

Geraden $y = mx$ heißen Ursprungsgeraden und verlaufen durch den Ursprung $O(0|0)$ des x-y-Koordinatensystems. Die Ursprungsgerade $y = x$ ist die 1. Winkelhalbierende, die Ursprungsgerade $y = -x$ die 2. Winkelhalbierende.



$y = \frac{8}{5}x$: Ursprungsgerade, Steigungsdreieck



$y = -2x + 3$: Gerade

Aufgabe 1: Zeichne die Ursprungsgerade $y = mx$.

a) $y = 3x$

b) $y = -x$

c) $y = -\frac{2}{5}x$

d) $y = \frac{1}{6}x$

e) $y = 0,5x$

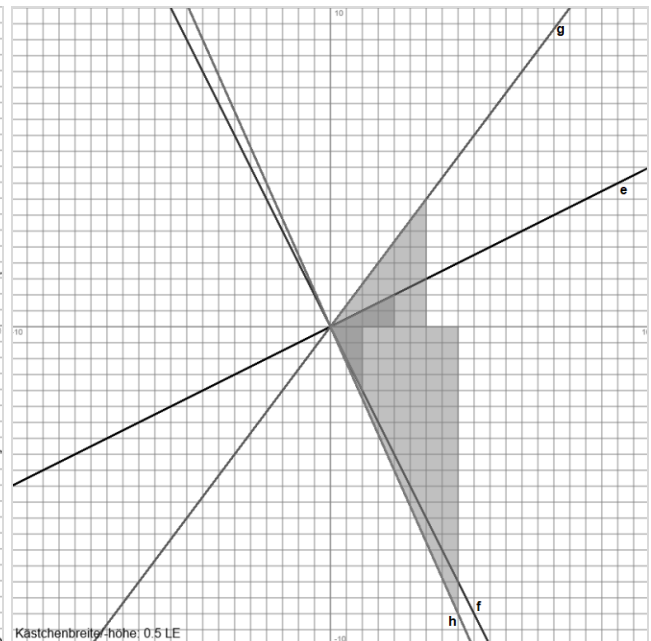
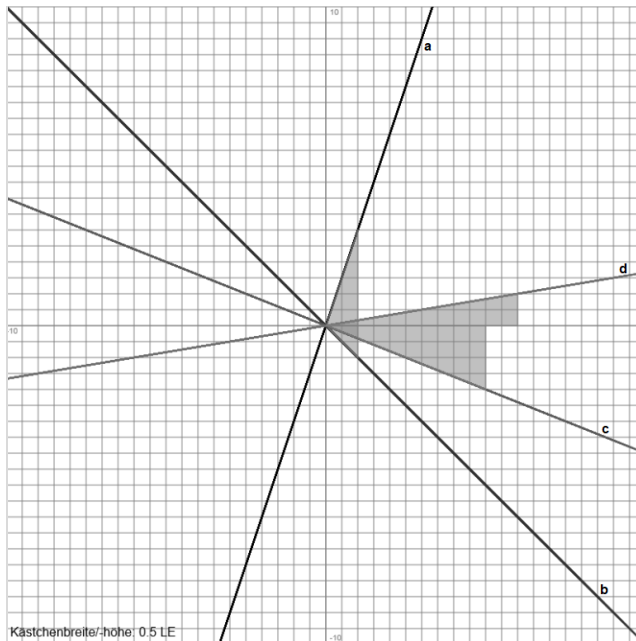
f) $y = -2x$

g) $y = \frac{4}{3}x$

h) $y = -\frac{9}{4}x$

Vorgehensweise: Die Steigung m der Ursprungsgeraden $y = mx$ ist als Bruch $m = p/q$ zu schreiben, so dass vom Ursprung $O(0|0)$ des x - y -Koordinatensystems das Steigungsdreieck (q nach rechts, p nach oben [$p > 0$] bzw. nach unten [$p < 0$]) eingetragen werden kann. Der Graph der Geraden geht durch den Koordinatenursprung und entlang des Steigungsdreiecks.

Lösungen:



Aufgabe 2: Ermittle die Funktionsgleichung der Ursprungsgeraden $y = mx$, wenn die Steigung m vorgegeben ist. Zeichne den Graphen der Geraden.

a) $m = 2$

b) $m = \frac{3}{4}$

c) $m = 1$

d) $m = -\frac{5}{7}$

e) $m = -0,5$

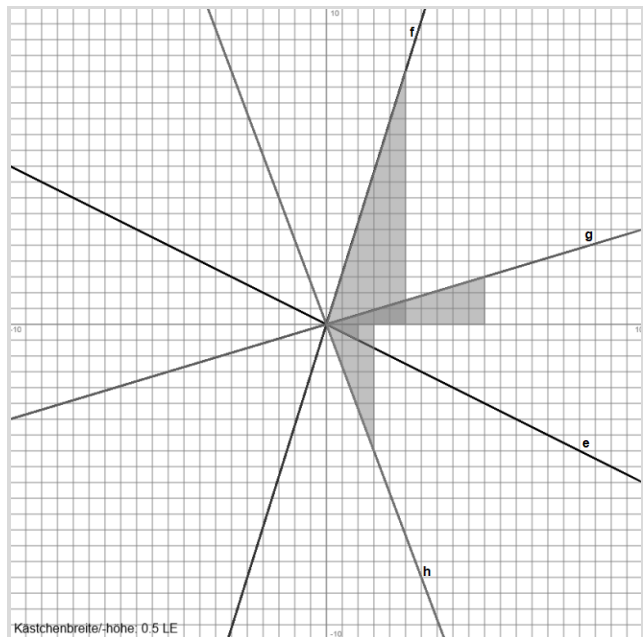
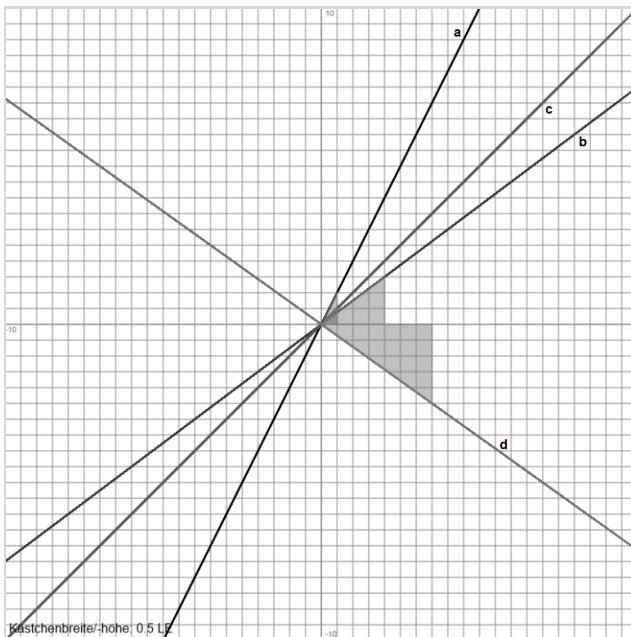
f) $m = 3,2$

g) $m = \frac{3}{10}$

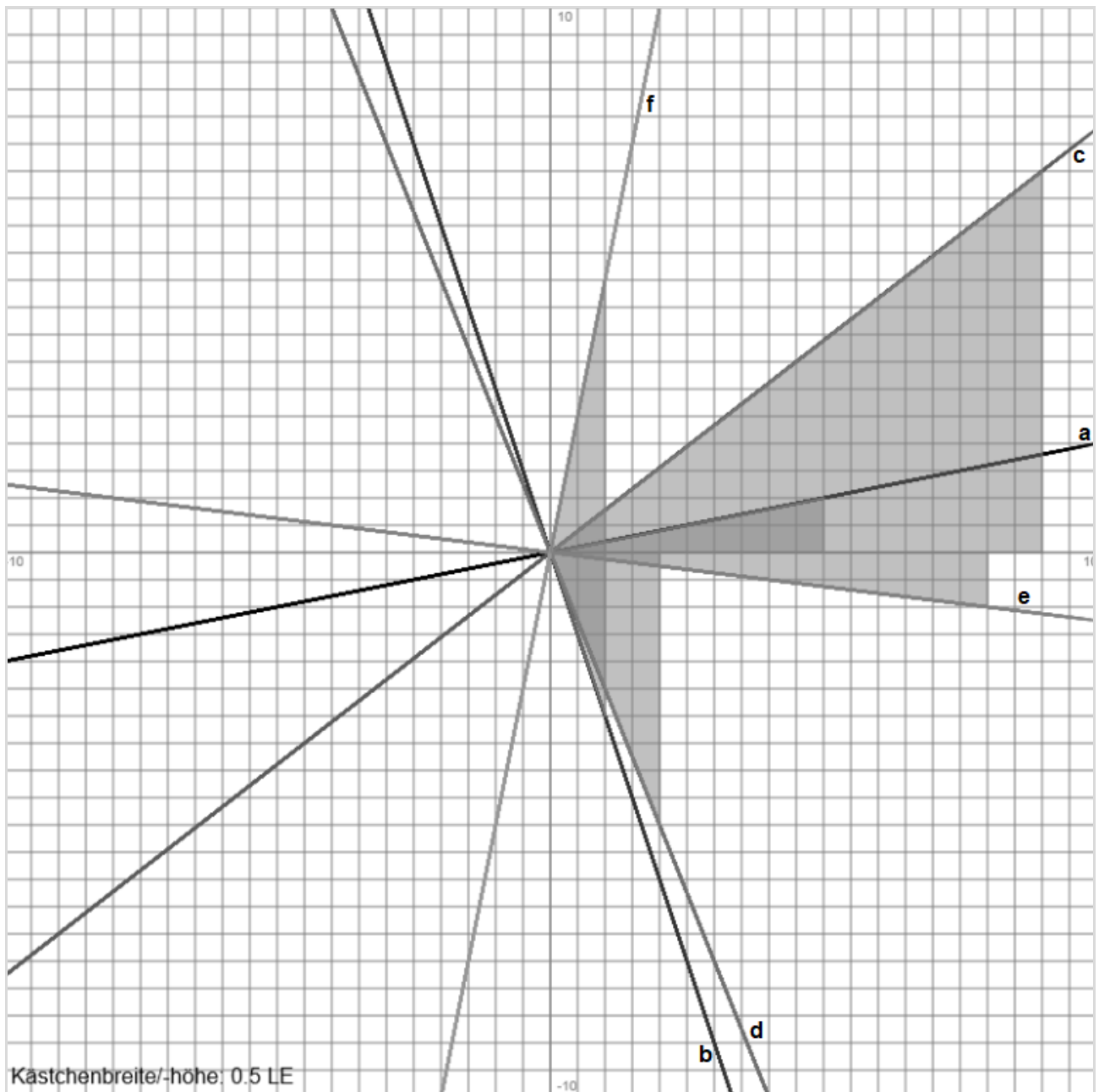
h) $m = -\frac{8}{3}$

Vorgehensweise: Die Steigung m der Ursprungsgeraden $y = mx$ ist als Bruch $m = p/q$ zu schreiben, so dass vom Ursprung $O(0|0)$ des x-y-Koordinatensystems das Steigungsdreieck (q nach rechts, p nach oben [$p > 0$] bzw. nach unten [$p < 0$]) eingetragen werden kann. Der Graph der Geraden geht durch den Koordinatenursprung und entlang des Steigungsdreiecks.

Lösungen: a) $y = 2x$; b) $y = 3x/4$; c) $y = x$; d) $y = -5x/7$; e) $y = -0,5x$; f) $y = 3,2x$; g) $y = 0,3x$; h) $y = -8x/3 \rightarrow$



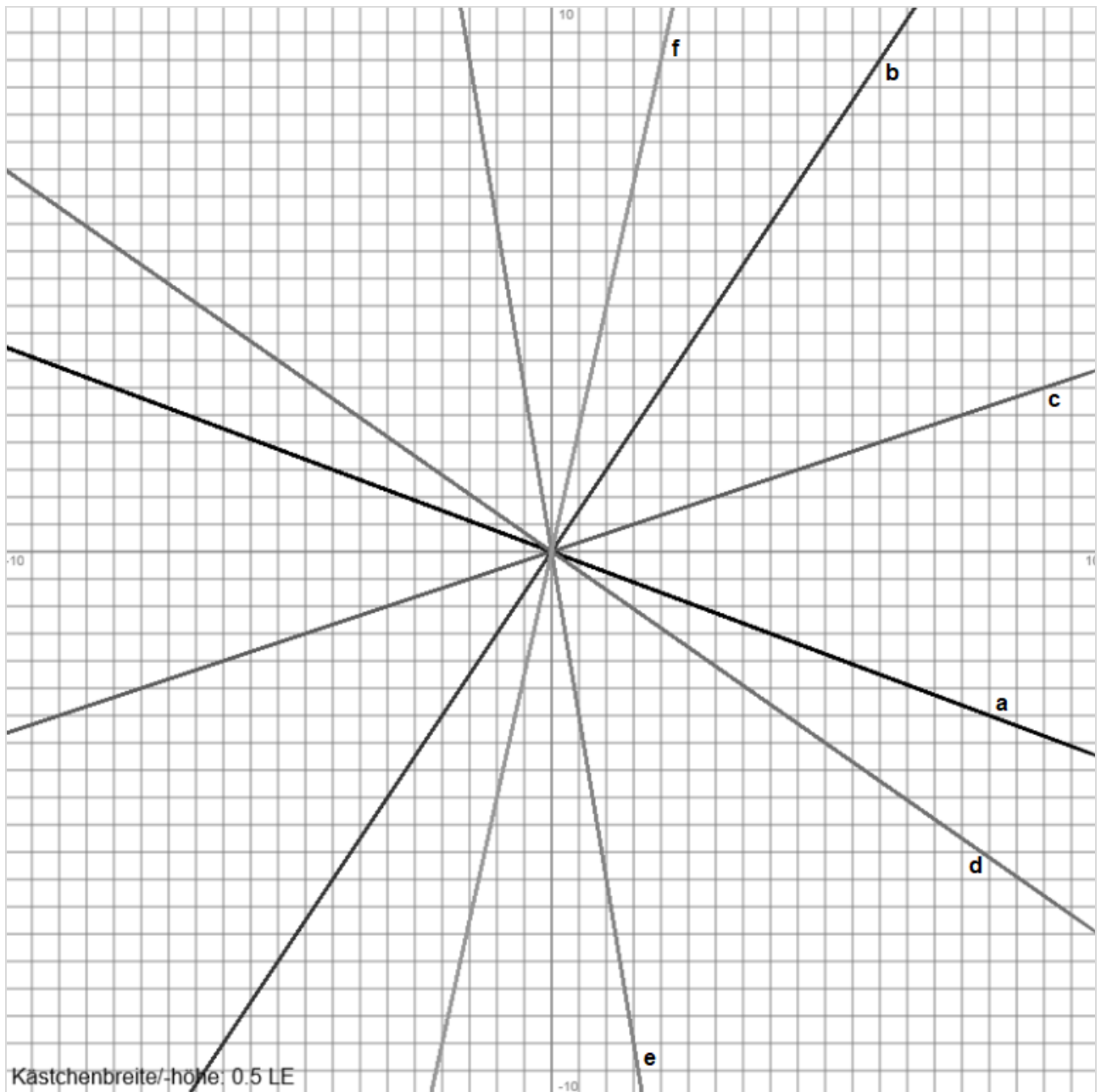
Aufgabe 3: Bestimme die Funktionsgleichungen der Ursprungsgeraden $y = mx$ anhand der untenstehenden Graphen.



Vorgehensweise: Zum Graphen der jeweiligen Ursprungsgeraden $y = mx$ ist die Steigung mit Hilfe des Steigungsdreiecks zu bestimmen, so dass $m = p/q$ gilt (p nach rechts, q nach oben bzw. unten entlang des Steigungsdreiecks).

Lösungen: a) $y = x/5$; b) $y = -3x$; c) $y = 7x/9$; d) $y = -2,5x$; e) $y = -x/8$; f) $y = 5x$.

Aufgabe 4: Bestimme die Funktionsgleichungen der Ursprungsgeraden $y = mx$ anhand der untenstehenden Graphen.



Vorgehensweise: Zum Graphen der jeweiligen Ursprungsgeraden $y = mx$ ist die Steigung mit Hilfe eines (einzuzuzeichnenden) Steigungsdreiecks zu bestimmen, so dass $m = p/q$ gilt (p nach rechts, q nach oben bzw. unten entlang des Steigungsdreiecks).

Lösungen: a) $y = -3x/8$; b) $y = 3x/2$; c) $y = x/3$; d) $y = -0,7x$; e) $y = -6x$; f) $y = 4,5x$.

Aufgabe 5: Zeichne die Gerade $y = mx + c$.

a) $y = 2x + 1$

c) $y = -4x - 3$

e) $y = x - 5$

g) $y = -\frac{3}{4}x + 4$

b) $y = 3x - 2$

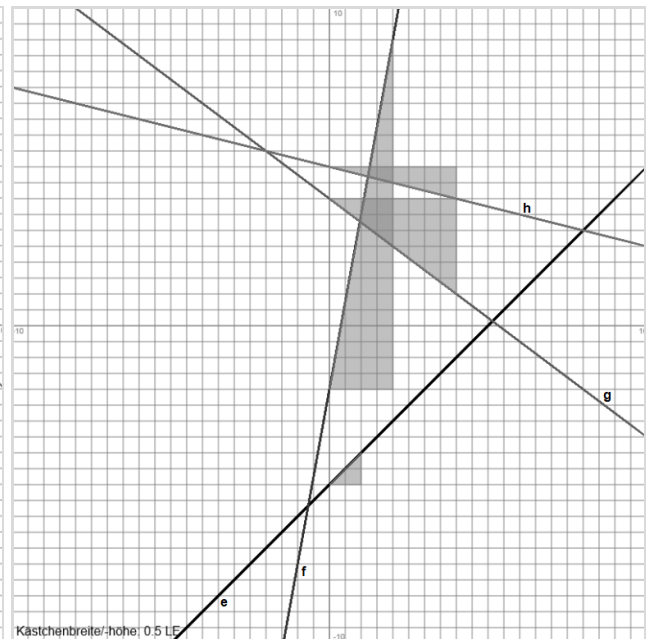
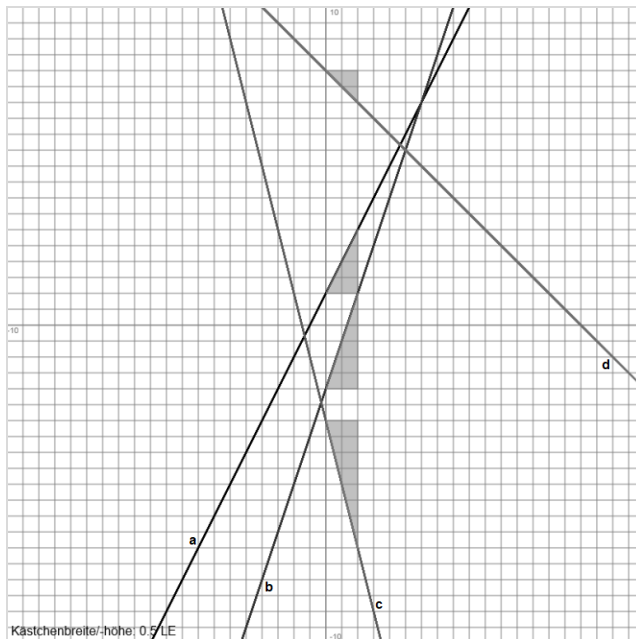
d) $y = -x + 8$

f) $y = \frac{11}{2}x - 2$

h) $y = -0,25x + 5$

Vorgehensweise: Zum Graphen der jeweiligen Geraden $y = mx + c$ ist der y-Achsenabschnittspunkt $S_y(0|c)$ in das x-y-Koordinatensystem einzutragen und die Steigung mit Hilfe eines (am y-Achsenabschnittspunkt einzuzeichnenden) Steigungsdreiecks zu bestimmen, so dass $m = p/q$ gilt (p nach rechts, q nach oben bzw. unten entlang des Steigungsdreiecks).

Lösungen:



Aufgabe 6: Zeichne die Gerade $y = mx + c$.

a) $y = \frac{5}{6}x$

b) $y = 2,5x - 4$

c) $y = -3x + 3$

d) $y = \frac{1}{5}x + 6$

e) $y = -\frac{7}{2}x + 2$

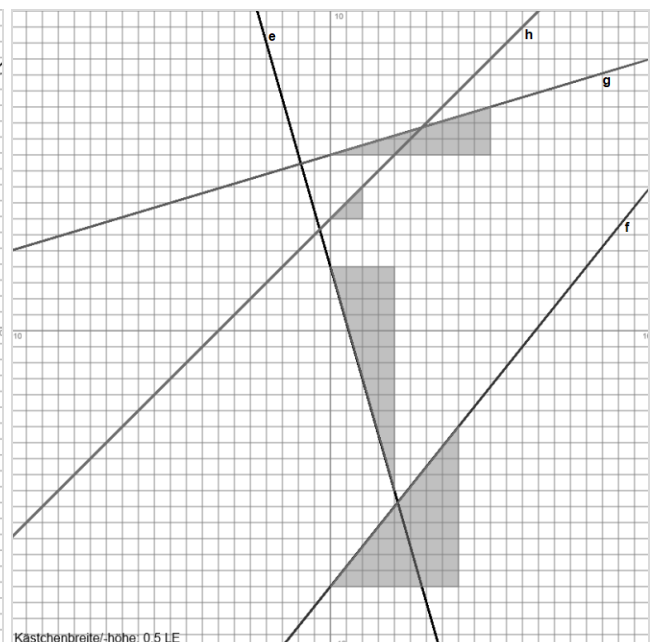
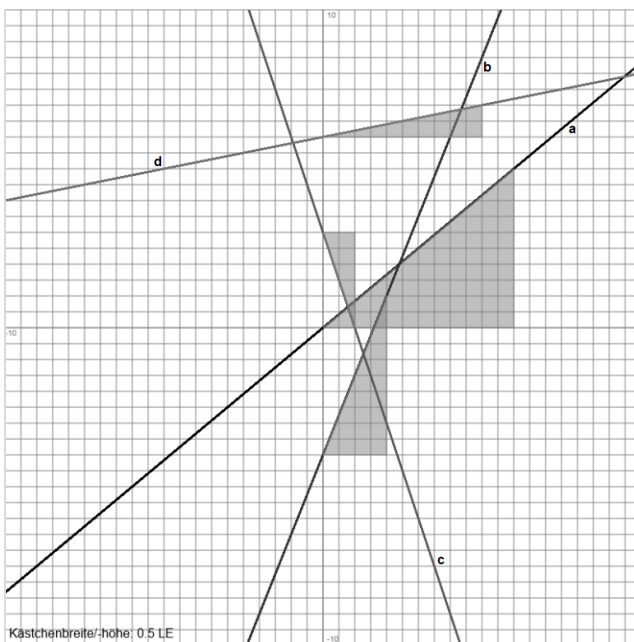
f) $y = \frac{5}{4}x - 8$

g) $y = \frac{3}{10}x + 5,5$

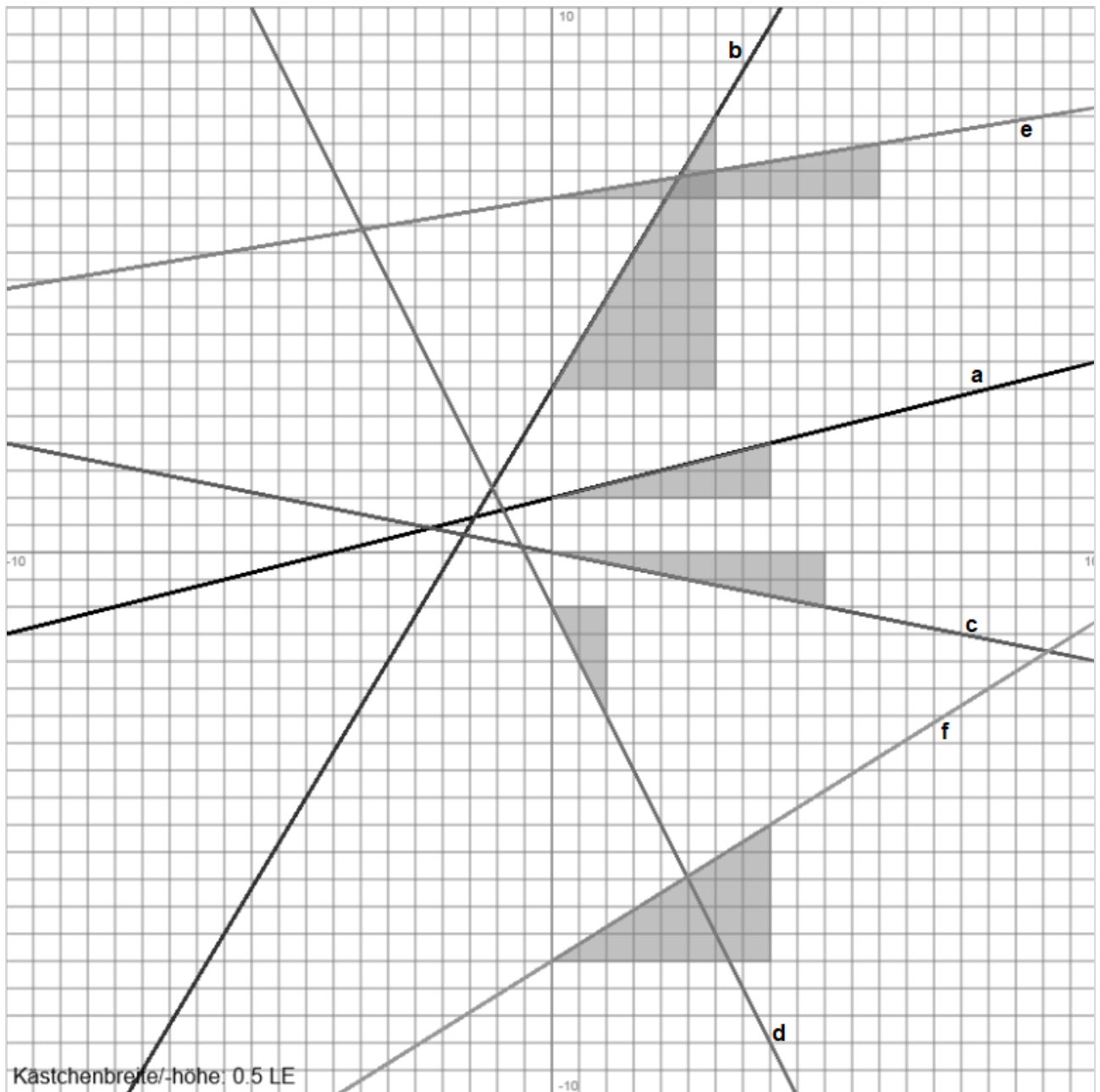
h) $y = x + 3,5$

Vorgehensweise: Zum Graphen der jeweiligen Geraden $y = mx + c$ ist der y-Achsenabschnittspunkt $S_y(0|c)$ in das x-y-Koordinatensystem einzutragen und die Steigung mit Hilfe eines (am y-Achsenabschnittspunkt einzuzeichnenden) Steigungsdreiecks zu bestimmen, so dass $m = p/q$ gilt (p nach rechts, q nach oben bzw. unten entlang des Steigungsdreiecks).

Lösungen:



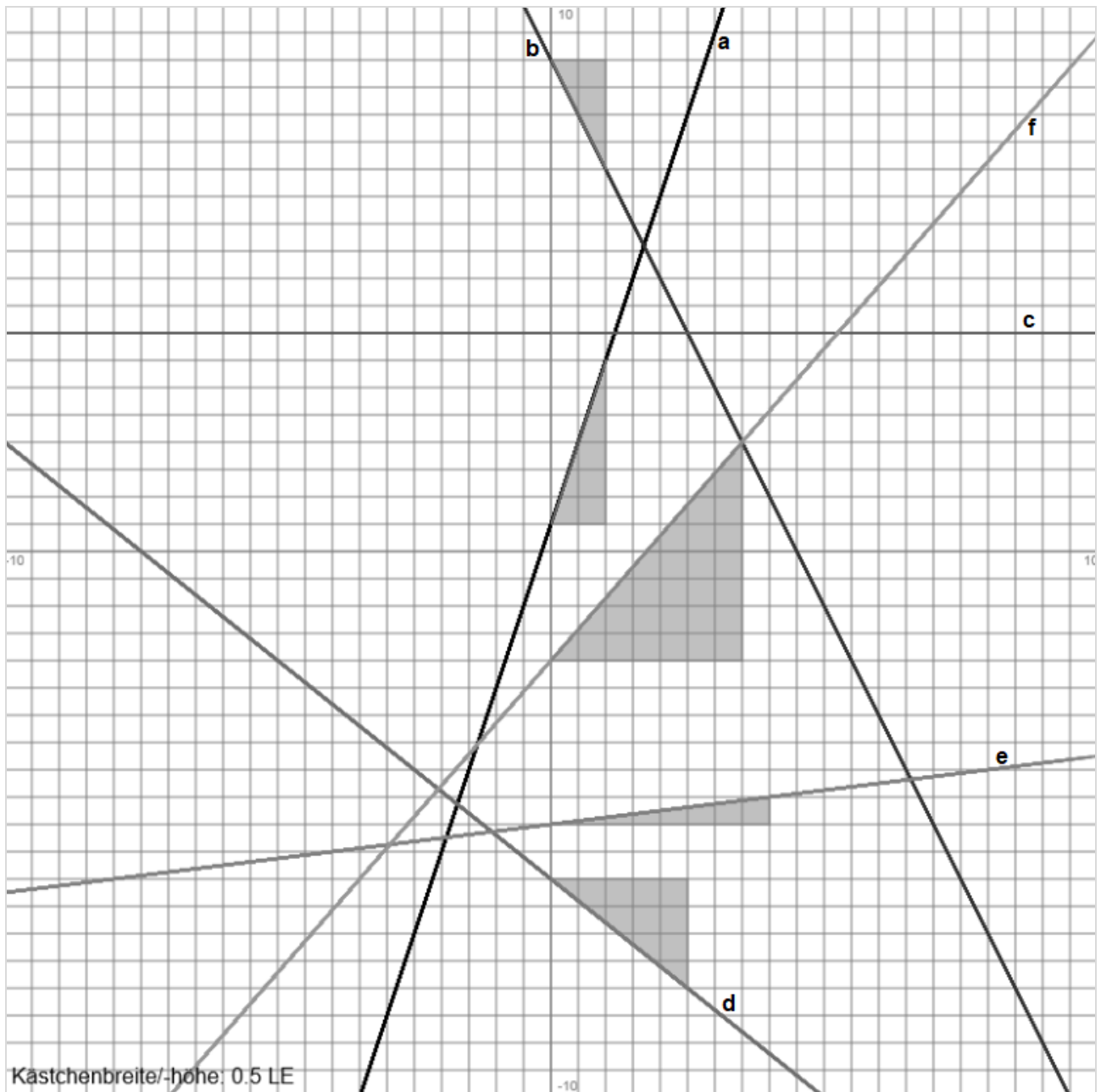
Aufgabe 7: Bestimme die Funktionsgleichungen der Geraden $y = mx + c$ anhand der untenstehenden Graphen.



Vorgehensweise: Zum Graphen der jeweiligen Geraden $y = mx + c$ ist zu bestimmen der y-Achsenabschnitt c und die Steigung m mit Hilfe des Steigungsdreiecks, so dass $m = p/q$ gilt (p nach rechts, q nach oben bzw. unten entlang des Steigungsdreiecks).

Lösungen: a) $y = x/4 + 1$; b) $y = 5x/3 + 3$; c) $y = -x/5$; d) $y = -2x - 1$; e) $y = x/6 + 6,5$; f) $y = 5x/8 - 7,5$.

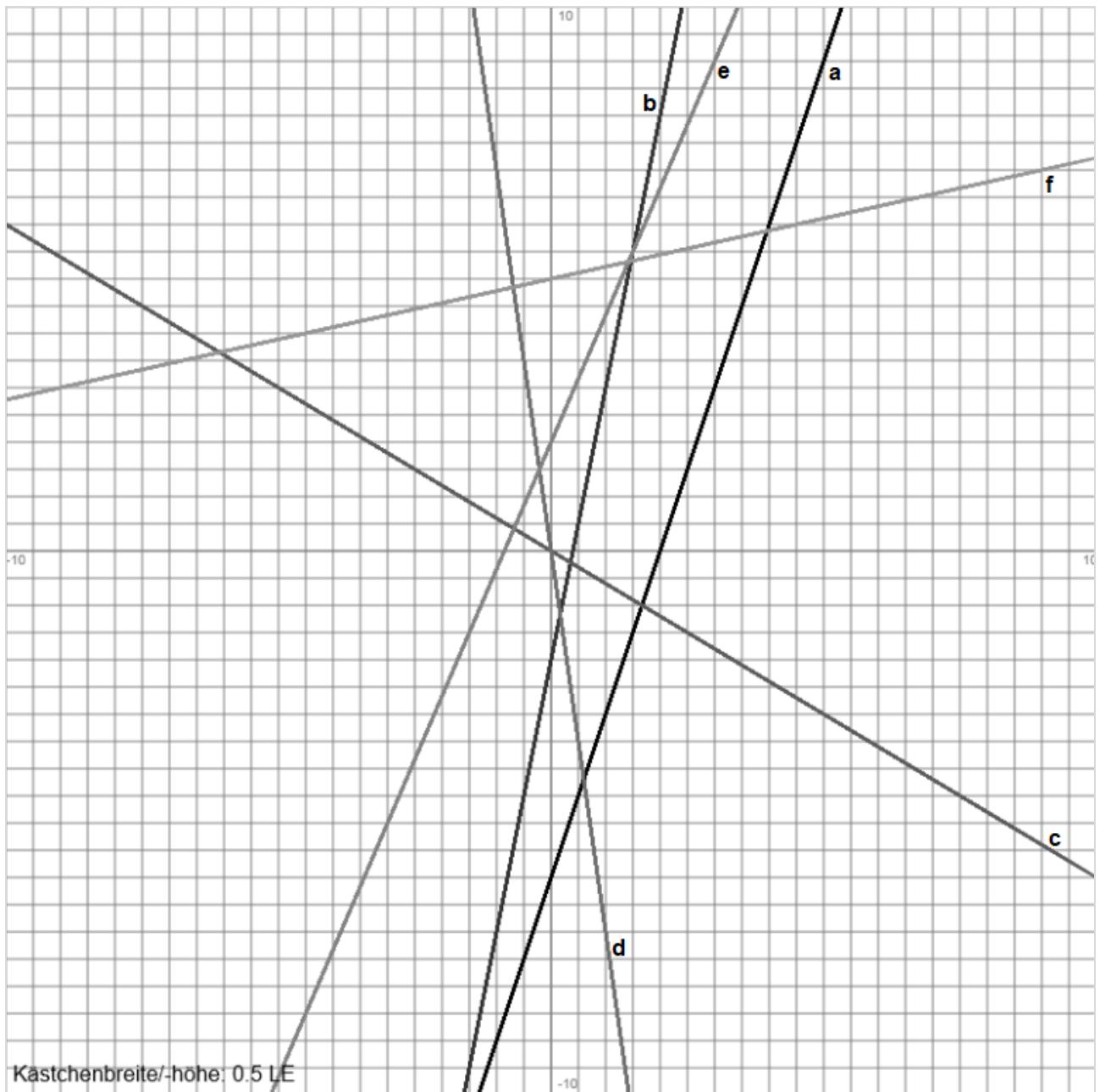
Aufgabe 8: Bestimme die Funktionsgleichungen der Geraden $y = mx + c$ anhand der untenstehenden Graphen.



Vorgehensweise: Zum Graphen der jeweiligen Geraden $y = mx + c$ ist zu bestimmen der y-Achsenabschnitt b und die Steigung m mit Hilfe des Steigungsdreiecks, so dass $m = p/q$ gilt (p nach rechts, q nach oben bzw. unten entlang des Steigungsdreiecks).

Lösungen: a) $y = 3x + 0,5$; b) $y = -2x + 9$; c) $y = 4$; d) $y = -0,8x - 6$; e) $y = x/8 - 5,5$; f) $y = 8x/7 - 2$.

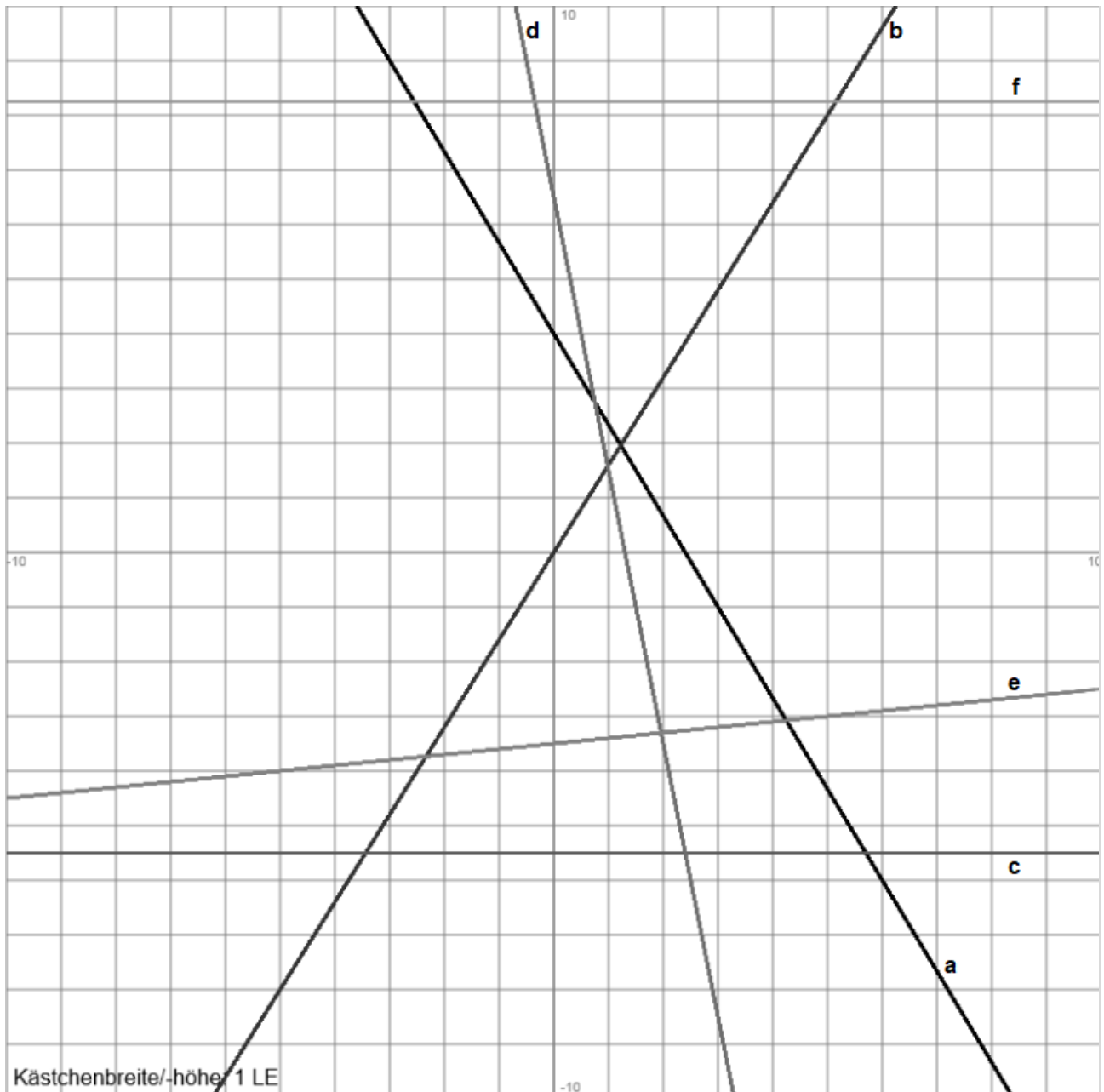
Aufgabe 9: Bestimme die Funktionsgleichungen der Geraden $y = mx + c$ anhand der untenstehenden Graphen.



Vorgehensweise: Zum Graphen der jeweiligen Geraden $y = mx + c$ ist zu bestimmen der y-Achsenabschnitt b und die Steigung m mit Hilfe des Steigungsdreiecks, so dass $m = p/q$ gilt (p nach rechts, q nach oben bzw. unten entlang des Steigungsdreiecks).

Lösungen: a) $y = 3x - 6$; b) $y = 5x - 2$; c) $y = -3x/5$; d) $y = -7x$; e) $y = 7x/3 + 2$; f) $y = 2x/9 + 5$.

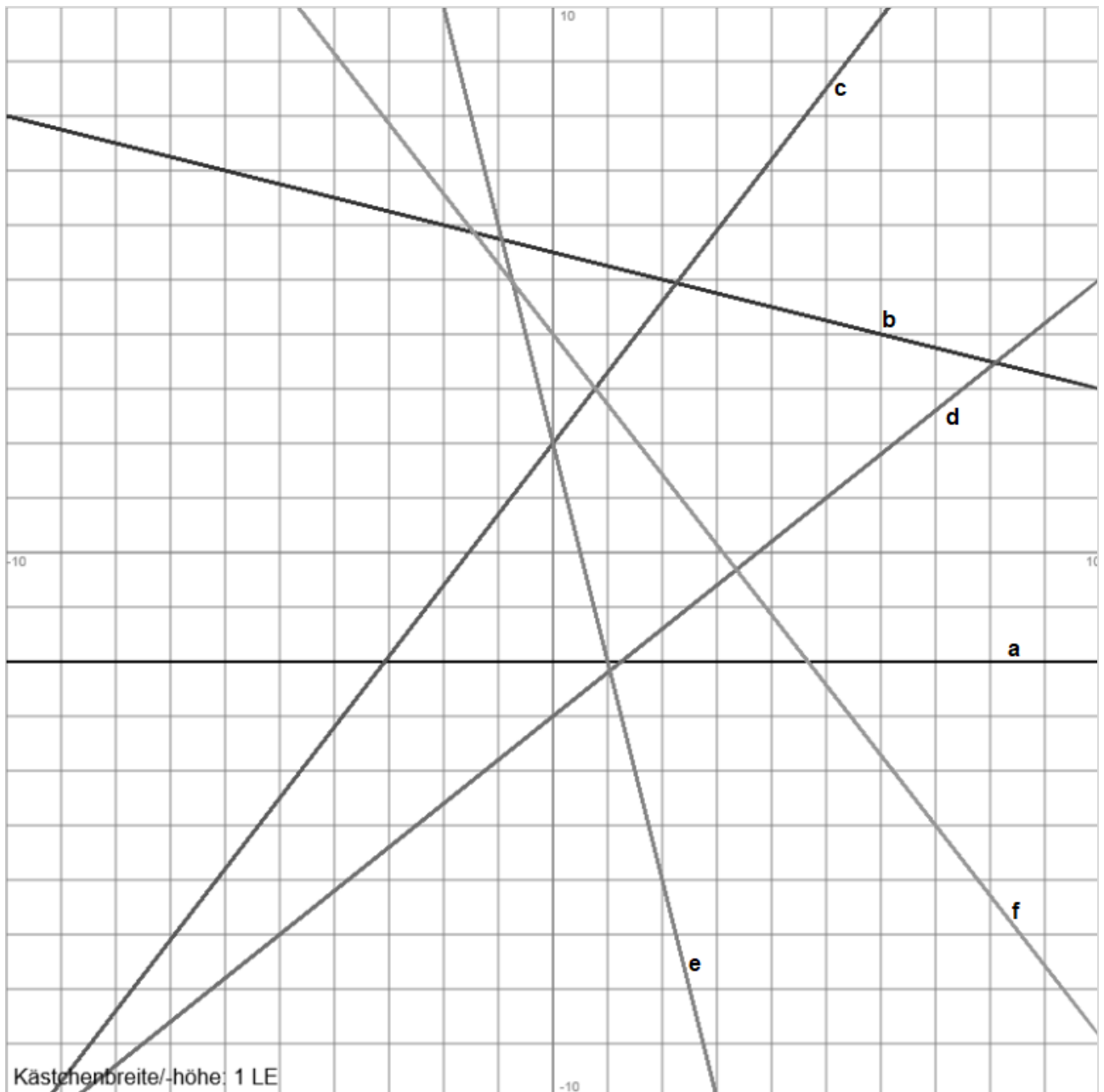
Aufgabe 10: Bestimme die Funktionsgleichungen der Geraden $y = mx + c$ anhand der untenstehenden Graphen.



Vorgehensweise: Zum Graphen der jeweiligen Geraden $y = mx + c$ ist zu bestimmen der y-Achsenabschnitt c und die Steigung m mit Hilfe des Steigungsdreiecks, so dass $m = p/q$ gilt (p nach rechts, q nach oben bzw. unten entlang des Steigungsdreiecks).

Lösungen: a) $y = -5x/3 + 4$; b) $y = 1,6x$; c) $y = -5,5$; d) $y = -5x + 6,5$; e) $y = 0,1x - 3,5$; f) $y = 8,25$.

Aufgabe 11: Bestimme die Funktionsgleichungen der Geraden $y = mx + c$ anhand der untenstehenden Graphen.



Vorgehensweise: Zum Graphen der jeweiligen Geraden $y = mx + c$ ist zu bestimmen der y-Achsenabschnitt c und die Steigung m mit Hilfe des Steigungsdreiecks, so dass $m = p/q$ gilt (p nach rechts, q nach oben bzw. unten entlang des Steigungsdreiecks).

Lösungen: a) $y = -2$; b) $y = -0,25x + 5,5$; c) $y = 1,3x + 2$; d) $y = 0,8x - 3$; e) $y = -4x + 2$; f) $y = -9x/7 + 4$.

Aufgabe 12: Zeichne die Graphen der Geraden $y = mx + c$ ein mit Hilfe einer x-y-Wertetabelle (x-Werte: -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4).

a) $y = \frac{11}{4}$

b) $y = -1,5x - 2$

c) $y = \frac{2}{5}x + 1$

d) $y = 2x - 5$

e) $y = -\frac{3}{2}x + 4,5$

f) $y = -\frac{7}{4}x + 2,5$

g) $y = \frac{5}{3}x$

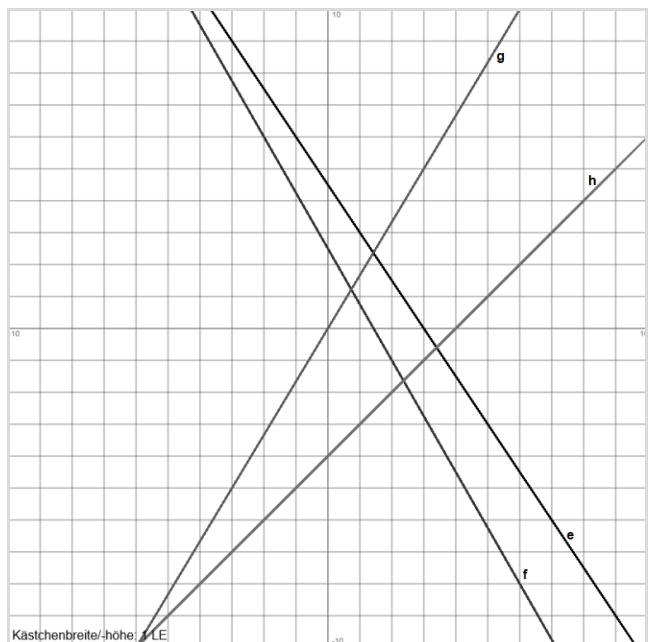
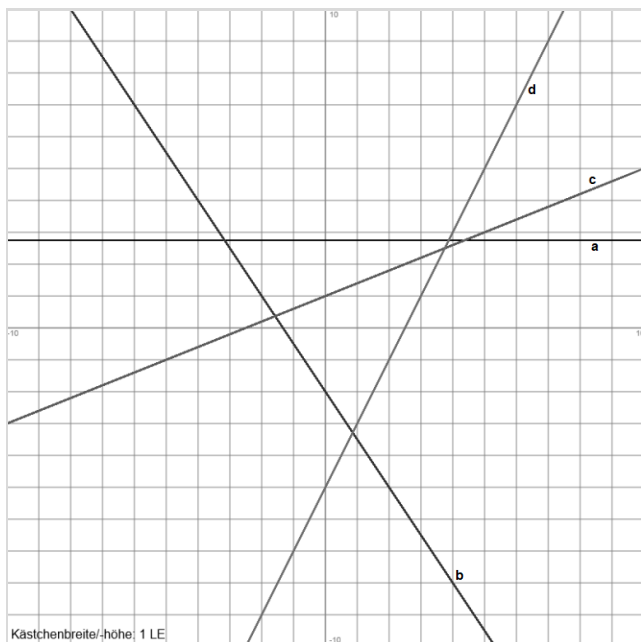
h) $y = x - 4$

Vorgehensweise: Zum Graphen der jeweiligen Geraden $y = mx + c$ ist zu bestimmen der y-Achsenabschnitt b und die Steigung m mit Hilfe des Steigungsdreiecks, so dass $m = p/q$ gilt (p nach rechts, q nach oben bzw. unten entlang des Steigungsdreiecks).

Lösungen: I. Wertetabellen:

a)	<table><tr><td>x</td><td>-4</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>2,75</td><td>2,75</td><td>2,75</td><td>2,75</td><td>2,75</td><td>2,75</td><td>2,75</td><td>2,75</td><td>2,75</td></tr></table>	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	y	2,75	2,75	2,75	2,75	2,75	2,75	2,75	2,75	2,75
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4												
y	2,75	2,75	2,75	2,75	2,75	2,75	2,75	2,75	2,75												
b)	<table><tr><td>x</td><td>-4</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>4</td><td>2,5</td><td>1</td><td>-0,5</td><td>-2</td><td>-3,5</td><td>-5</td><td>-6,5</td><td>-8</td></tr></table>	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	y	4	2,5	1	-0,5	-2	-3,5	-5	-6,5	-8
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4												
y	4	2,5	1	-0,5	-2	-3,5	-5	-6,5	-8												
c)	<table><tr><td>x</td><td>-4</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>-0,6</td><td>-0,2</td><td>0,2</td><td>0,6</td><td>1</td><td>1,4</td><td>1,8</td><td>2,2</td><td>2,6</td></tr></table>	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	y	-0,6	-0,2	0,2	0,6	1	1,4	1,8	2,2	2,6
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4												
y	-0,6	-0,2	0,2	0,6	1	1,4	1,8	2,2	2,6												
d)	<table><tr><td>x</td><td>-4</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>-13</td><td>-11</td><td>-9</td><td>-7</td><td>-5</td><td>-3</td><td>-1</td><td>1</td><td>3</td></tr></table>	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	y	-13	-11	-9	-7	-5	-3	-1	1	3
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4												
y	-13	-11	-9	-7	-5	-3	-1	1	3												
e)	<table><tr><td>x</td><td>-4</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>10,5</td><td>9</td><td>7,5</td><td>6</td><td>4,5</td><td>3</td><td>1,5</td><td>0</td><td>-1,5</td></tr></table>	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	y	10,5	9	7,5	6	4,5	3	1,5	0	-1,5
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4												
y	10,5	9	7,5	6	4,5	3	1,5	0	-1,5												
f)	<table><tr><td>x</td><td>-4</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>9,5</td><td>7,75</td><td>6</td><td>4,25</td><td>2,5</td><td>0,75</td><td>-1</td><td>-2,75</td><td>-4,5</td></tr></table>	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	y	9,5	7,75	6	4,25	2,5	0,75	-1	-2,75	-4,5
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4												
y	9,5	7,75	6	4,25	2,5	0,75	-1	-2,75	-4,5												
g)	<table><tr><td>x</td><td>-4</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>-20/3</td><td>-5</td><td>-10/3</td><td>-5/3</td><td>0</td><td>5/3</td><td>10/3</td><td>5</td><td>20/3</td></tr></table>	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	y	-20/3	-5	-10/3	-5/3	0	5/3	10/3	5	20/3
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4												
y	-20/3	-5	-10/3	-5/3	0	5/3	10/3	5	20/3												
h)	<table><tr><td>x</td><td>-4</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>-8</td><td>-7</td><td>-6</td><td>-5</td><td>-4</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td></tr></table>	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	y	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4												
y	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0												

II. Graphen:



Aufgabe 13: Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden $y = mx + c$, wenn für diese die nachstehenden Wertetabellen gelten.

a)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	8,8	6,6	4,4	2,2	0	-2,2	-4,4	-6,6	-8,8

b)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-7,5	-6,5	-5,5	-4,5	-3,5	-2,5	-1,5	-0,5	0,5

c)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	14	12	10	8	6	4	2	0	-2

d)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3

e)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	1/3	0	-1/3	-2/3	-1	-4/3	-5/3	-2	-7/3

f)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-14	-11,5	-9	-6,5	-4	-1,5	1	3,5	6

g)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	7/2	25/8	11/4	19/8	2	13/8	5/4	7/8	1/2

h)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-22	-16	-10	-4	2	8	14	20	26

Vorgehensweise: I. Zwei Geradenpunkte $P(x_1|y_1)$, $Q(x_2|y_2)$ werden aus der Wertetabelle ausgewählt. II. Ermittlung der Geradengleichung: Die Steigung m errechnet sich aus den vorgegebenen Geradenpunkten $P(x_1|y_1)$, $Q(x_2|y_2)$ gemäß der

Formel: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Das Einsetzen der Steigung m bzw. der x - und y -Koordinaten des vorgegebenen Punktes

$P(x_1|y_1)$ bzw. $Q(x_2|y_2)$ (Punktprobe) in den Geradenterm $y = mx + c$ führt auf: $c = y_1 - mx_1 = y_2 - mx_2$.

Lösungen: a) $y = -2,2x$; b) $y = x - 3,5$; c) $y = -2x + 6$; d) $y = 0,5x + 1$; e) $y = -x/3 - 1$; f) $y = 2,5x - 4,1$; g) $y = -3x/8 + 2$; h) $y = 6x + 2$.

