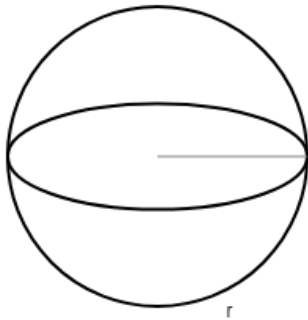


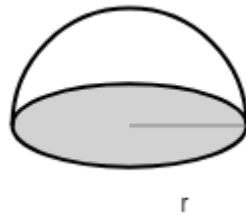
Mathematik-Aufgabenpool

> Berechnung von Doppelhalbkugeln

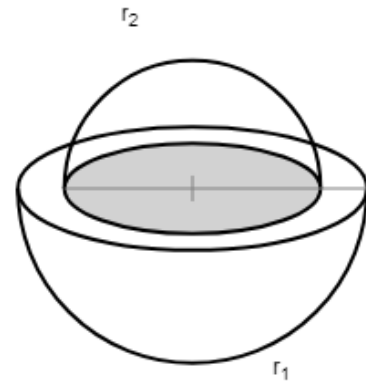
Einleitung: Eine Kugel ist durch den Radius r bestimmt, weiter durch ihren Durchmesser d , den Kugelumfang u , die Oberfläche O und das Volumen V . Es gilt: $d=2r$, $u=2\pi r$, $O=4\pi r^2$, $V=\frac{4}{3}\pi r^3$. Eine Halbkugel hat demgemäß das halbe Volumen einer Kugel: $V=\frac{2}{3}\pi r^3$, die Oberfläche setzt sich aus Grundfläche und halber Kugelfläche zusammen: $O=3\pi r^2$. Ein aus zwei Halbkugeln mit Radien r_1, r_2 , $r_1 > r_2$, (an den Grundflächen) zusammengesetzter Körper (Doppelhalbkugel) genügt den Beziehungen: $O_1=2\pi r_1^2$, $O_2=2\pi r_2^2$, $A_{\text{KRing}}=\pi(r_1^2-r_2^2)$, $O=O_1+O_2+A_{\text{KRing}}$, $V_1=\frac{2}{3}\pi r_1^3$, $V_2=\frac{2}{3}\pi r_2^3$, $V=V_1+V_2$.



Kugel: Radius r , Höhe h



Halbkugel: Radius r



Doppelhalbkugel: Radien r_1, r_2

Formelsammlung (Kugel):

Radius, Durchmesser	$d = 2r$	$r = \frac{d}{2}$	
Kugelumfang	$U = 2\pi r$	$U = \pi d$	$r = \frac{U}{2\pi}$
Oberfläche	$O = 4\pi r^2$	$r = \sqrt{\frac{O}{4\pi}}$	
Volumen	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$	$r = \frac{3V}{O}$

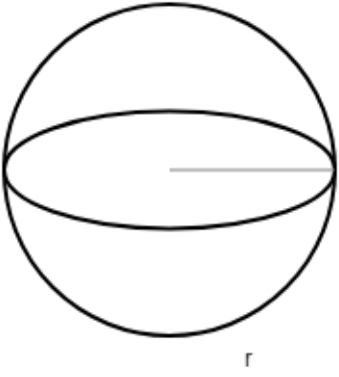
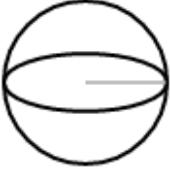
Formelsammlung (Halbkugel):

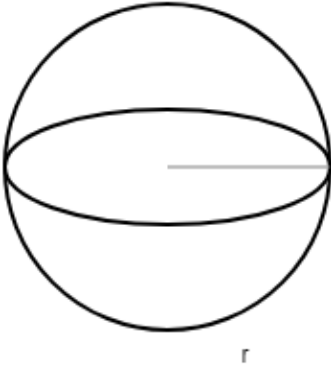
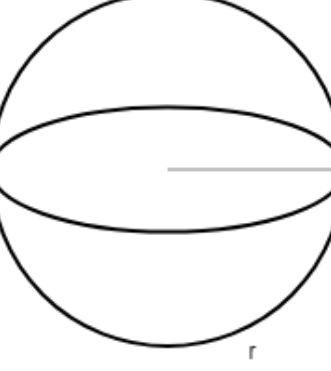
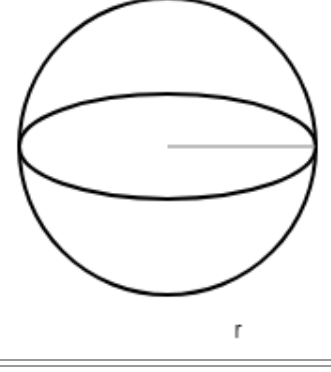
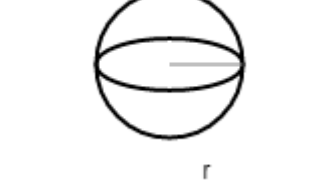
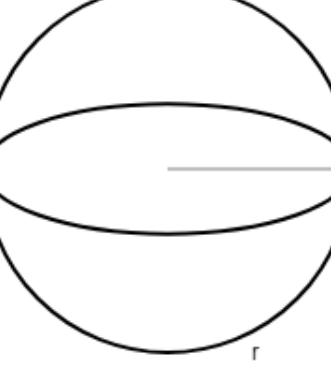
Radius, Durchmesser	$d = 2r$	$r = \frac{d}{2}$	
Halbkugelumfang	$U = 2\pi r$	$U = \pi d$	$r = \frac{U}{2\pi}$
Grundfläche	$G = \pi r^2$	$r = \sqrt{\frac{G}{\pi}}$	
Oberfläche	$O = 3\pi r^2$	$r = \sqrt{\frac{O}{3\pi}}$	
Volumen	$V = \frac{2}{3}\pi r^3$	$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{2\pi}}$	$r = \frac{9V}{2O}$

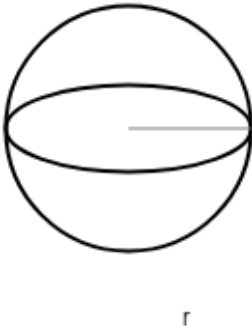
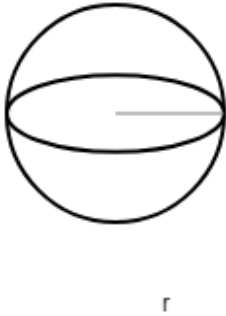
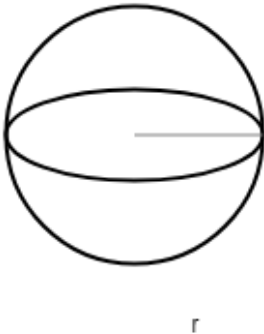
Formelsammlung (Doppelhalbkugel):

Radien	r_1, r_2	$r_1 > r_2$
Halbkugel mit dem größeren Radius r_1		$G_1 = \pi r_1^2$
		$O_1 = 2\pi r_1^2$
		$V_1 = \frac{2}{3}\pi r_1^3$
Halbkugel mit dem kleineren Radius r_2		$G_2 = \pi r_2^2$
		$O_2 = 2\pi r_2^2$
		$V_2 = \frac{2}{3}\pi r_2^3$
Kreisringfläche	$A_{KRing} = \pi(r_1^2 - r_2^2)$	
Gesamtoberfläche	$O = O_1 + O_2 + A_{KRing} = 2\pi r_1^2 + 2\pi r_2^2 + \pi(r_1^2 - r_2^2) = 3\pi r_1^2 + \pi r_2^2$	
Gesamtvolumen	$V = V_1 + V_2 = \frac{2}{3}\pi r_1^3 + \frac{2}{3}\pi r_2^3 = \frac{2}{3}\pi(r_1^3 + r_2^3)$	

Aufgabe 1: Bestimme die fehlenden Größen (Radius r , Durchmesser d , Umfang u , Oberfläche O , Volumen V) der Kugel.

Nr.	Gegeben:	Gesucht:	Grafik:
1	$V = 21314.4 \text{ m}^3$	r, d, u, O	
2	$r = 8.4 \text{ m}$	r, u, O, V	

3	$d = 34.0 \text{ mm}$	r, u, O, V	
4	$O = 4536.5 \text{ m}^2$	r, d, O, V	
5	$d = 31.6 \text{ dm}$	r, u, O, V	
6	$u = 45.9 \text{ cm}$	r, d, O, V	
7	$r = 19.6 \text{ mm}$	r, d, O, V	

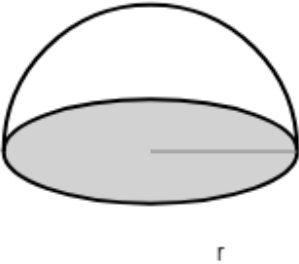
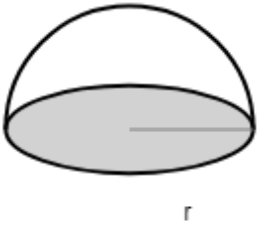
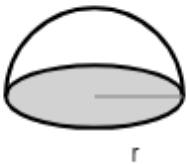
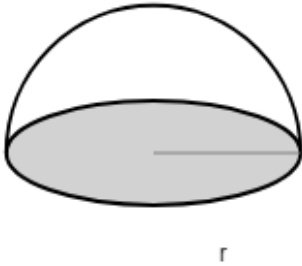
8	$O = 2026.8 \text{ mm}^2$	r, d, u, V	
9	$r = 11.2 \text{ dm}$	r, u, O, V	
10	$V = 9854.7 \text{ cm}^3$	r, d, u, O	

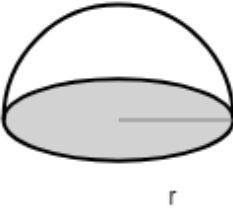

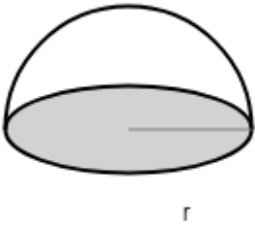
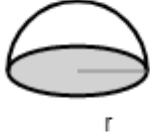


Vorgehensweise: Zur Ermittlung der fehlenden Größen bei der Kugel ist die obige Formelsammlung anzuwenden.

Lösungen:

Nr.	r=	d=	u=	O=	V=
1	17.2 m	34.4 m	108.1 m	3717.6 m ²	21314.4 m ³
2	8.4 m	16.8 m	52.8 m	886.7 m ²	2482.7 m ³
3	17.0 mm	34.0 mm	106.8 mm	3631.7 mm ²	20579.5 mm ³
4	19.0 m	38.0 m	119.4 m	4536.5 m ²	28730.9 m ³
5	15.8 dm	31.6 dm	99.3 dm	3137.1 dm ²	16521.9 dm ³
6	7.3 cm	14.6 cm	45.9 cm	669.7 cm ²	1629.5 cm ³
7	19.6 mm	39.2 mm	123.2 mm	4827.5 mm ²	31539.6 mm ³
8	12.7 mm	25.4 mm	79.8 mm	2026.8 mm ²	8580.2 mm ³
9	11.2 dm	22.4 dm	70.4 dm	1576.3 dm ²	5884.9 dm ³
10	13.3 cm	26.6 cm	83.6 cm	2222.9 cm ²	9854.7 cm ³

Aufgabe 2: Berechne die fehlenden Größen (Grundfläche G, Oberfläche O, Volumen V) der Halbkugel.

Nr.	Gegeben:	Gesucht:	Grafik:
1	$r = 8.9 \text{ cm}$	O, V	 <p>A diagram of a hemisphere. The base is a shaded gray circle. A horizontal line segment from the center of the base to the curved surface represents the radius, labeled with the letter 'r' below it.</p>
2	$r = 7.4 \text{ cm}$	O, V	 <p>A diagram of a hemisphere. The base is a shaded gray circle. A horizontal line segment from the center of the base to the curved surface represents the radius, labeled with the letter 'r' below it.</p>
3	$r = 5.3 \text{ cm}$	O, V	 <p>A diagram of a hemisphere. The base is a shaded gray circle. A horizontal line segment from the center of the base to the curved surface represents the radius, labeled with the letter 'r' below it.</p>
4	$r = 9.0 \text{ cm}$	O, V	 <p>A diagram of a hemisphere. The base is a shaded gray circle. A horizontal line segment from the center of the base to the curved surface represents the radius, labeled with the letter 'r' below it.</p>

5	$r = 6.9 \text{ cm}$	O, V	
6	$r = 2.7 \text{ cm}$	O, V	
7	$r = 7.5 \text{ cm}$	O, V	
8	$r = 4.1 \text{ cm}$	O, V	
9	$r = 2.5 \text{ cm}$	O, V	
10	$r = 2.9 \text{ cm}$	O, V	

Vorgehensweise: Zur Ermittlung der fehlenden Größen bei der Halbkugel ist die obige Formelsammlung anzuwenden.

Lösungen:

Nr.	r=	G=	O=	V=
1	8.9 cm	248.8 cm ²	746.5 cm ²	1476.5 cm ³
2	7.4 cm	172.0 cm ²	516.1 cm ²	848.7 cm ³
3	5.3 cm	88.2 cm ²	264.7 cm ²	311.8 cm ³
4	9.0 cm	254.5 cm ²	763.4 cm ²	1526.8 cm ³
5	6.9 cm	149.6 cm ²	448.7 cm ²	688.0 cm ³
6	2.7 cm	22.9 cm ²	68.7 cm ²	41.2 cm ³
7	7.5 cm	176.7 cm ²	530.1 cm ²	883.6 cm ³
8	4.1 cm	52.8 cm ²	158.4 cm ²	144.3 cm ³
9	2.5 cm	19.6 cm ²	58.9 cm ²	32.7 cm ³
10	2.9 cm	26.4 cm ²	79.3 cm ²	51.1 cm ³

Aufgabe 3: Berechne die fehlenden Größen (Grundfläche G, Oberfläche O, Volumen V) der Halbkugel.

Nr.	Gegeben:	Gesucht:
1	r = 24.6 cm	O, V
2	r = 6.2 cm	O, V
3	r = 10.2 mm	O, V
4	r = 8.6 cm	O, V
5	r = 21.5 dm	O, V
6	r = 17.6 dm	O, V
7	r = 22.0 dm	O, V
8	r = 21.0 cm	O, V
9	r = 17.3 m	O, V
10	r = 17.5 mm	O, V
11	r = 5.8 mm	O, V
12	r = 22.6 cm	O, V
13	r = 17.5 cm	O, V
14	r = 8.4 m	O, V
15	r = 19.2 dm	O, V
16	r = 20.5 m	O, V
17	r = 10.6 cm	O, V
18	r = 7.4 mm	O, V
19	r = 14.1 m	O, V
20	r = 18.1 cm	O, V

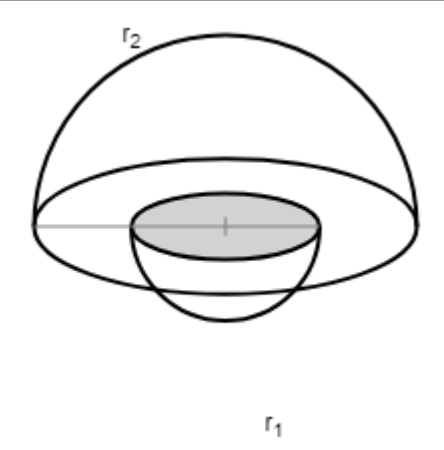
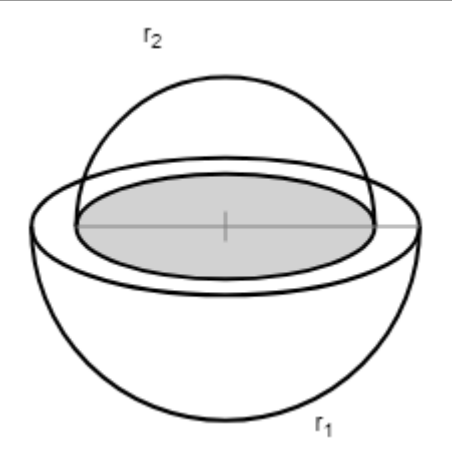
Vorgehensweise: Zur Ermittlung der fehlenden Größen bei der Halbkugel ist die obige Formelsammlung anzuwenden.

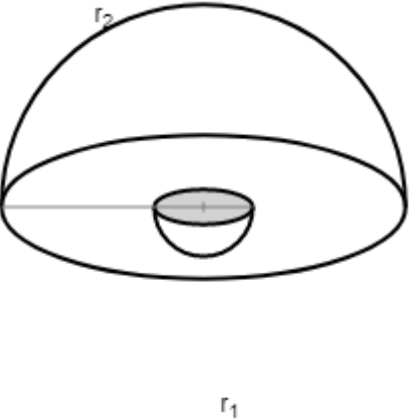
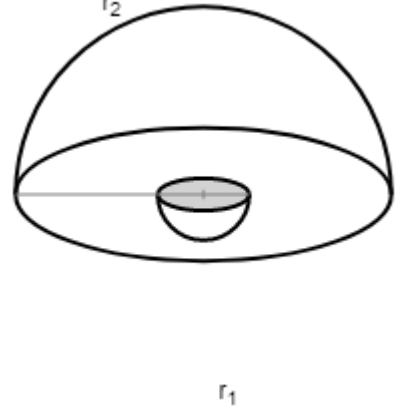
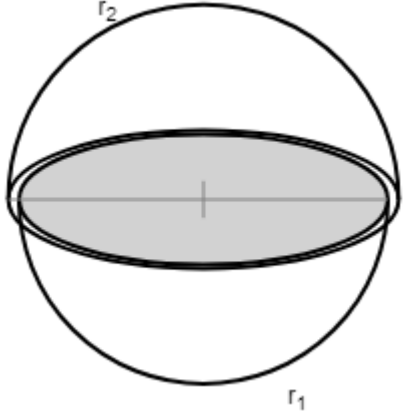
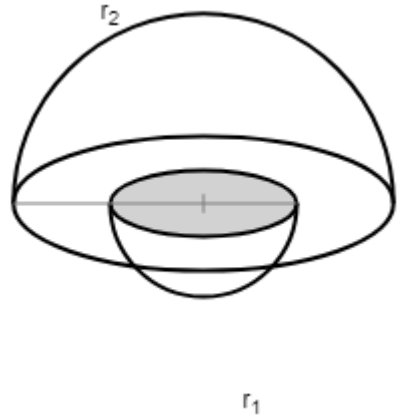
Lösungen:

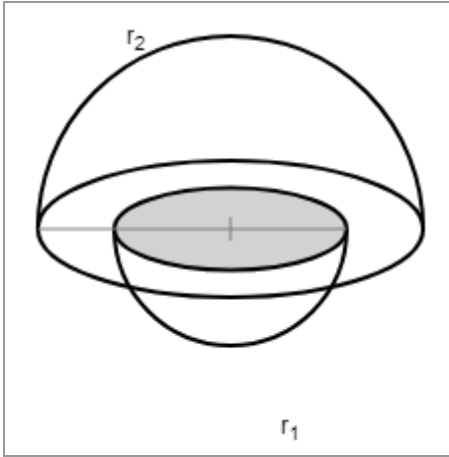
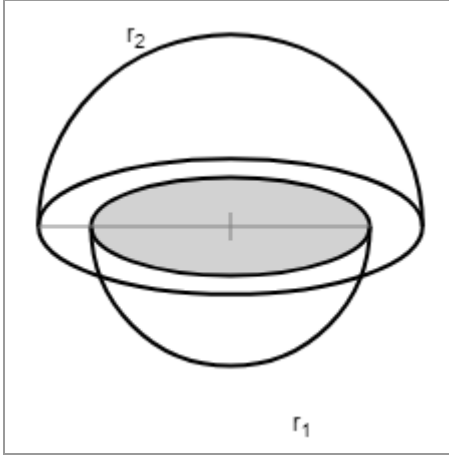
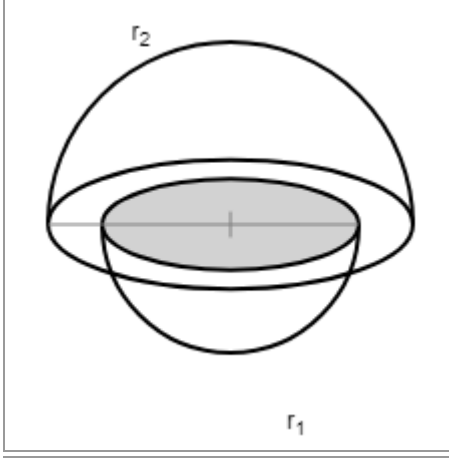
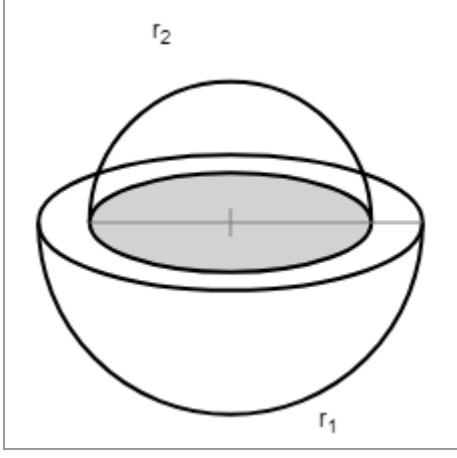
Nr.	r=	G=	O=	V=
1	24.6 cm	1901.2 cm ²	5703.5 cm ²	31179.1 cm ³
2	6.2 cm	120.8 cm ²	362.3 cm ²	499.2 cm ³

3	10.2 mm	326.9 mm ²	980.6 mm ²	2222.6 mm ³
4	8.6 cm	232.4 cm ²	697.1 cm ²	1332.2 cm ³
5	21.5 dm	1452.2 dm ²	4356.6 dm ²	20814.9 dm ³
6	17.6 dm	973.1 dm ²	2919.4 dm ²	11418.2 dm ³
7	22.0 dm	1520.5 dm ²	4561.6 dm ²	22301.1 dm ³
8	21.0 cm	1385.4 cm ²	4156.3 cm ²	19396.2 cm ³
9	17.3 m	940.2 m ²	2820.7 m ²	10844.2 m ³
10	17.5 mm	962.1 mm ²	2886.3 mm ²	11224.6 mm ³
11	5.8 mm	105.7 mm ²	317.0 mm ²	408.6 mm ³
12	22.6 cm	1604.6 cm ²	4813.8 cm ²	24176.0 cm ³
13	17.5 cm	962.1 cm ²	2886.3 cm ²	11224.6 cm ³
14	8.4 m	221.7 m ²	665.0 m ²	1241.4 m ³
15	19.2 dm	1158.1 dm ²	3474.4 dm ²	14823.9 dm ³
16	20.5 m	1320.3 m ²	3960.8 m ²	18043.5 m ³
17	10.6 cm	353.0 cm ²	1059.0 cm ²	2494.5 cm ³
18	7.4 mm	172.0 mm ²	516.1 mm ²	848.7 mm ³
19	14.1 m	624.6 m ²	1873.7 m ²	5871.1 m ³
20	18.1 cm	1029.2 cm ²	3087.7 cm ²	12419.2 cm ³

Aufgabe 4: Berechne Oberfläche und Volumen (Oberfläche O, Volumen V) des aus zwei Halbkugeln zusammengesetzten Körpers.

Nr.	Gegeben:	Gesucht:	Grafik:
1	$r_1 = 6.3 \text{ cm}, r_2 = 12.8 \text{ cm}$	$[O_1, O_2, A_{\text{KRing}}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
2	$r_1 = 14.3 \text{ cm}, r_2 = 11.0 \text{ cm}$	$[O_1, O_2, A_{\text{KRing}}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	

3	$r_1 = 4.8 \text{ cm}, r_2 = 19.7 \text{ cm}$	$[O_1, O_2, A_{\text{KRing}}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
4	$r_1 = 2.8 \text{ cm}, r_2 = 11.5 \text{ cm}$	$[O_1, O_2, A_{\text{KRing}}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
5	$r_1 = 13.8 \text{ cm}, r_2 = 14.6 \text{ cm}$	$[O_1, O_2, A_{\text{KRing}}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
6	$r_1 = 5.5 \text{ cm}, r_2 = 11.2 \text{ cm}$	$[O_1, O_2, A_{\text{KRing}}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	

7	$r_1 = 7.9 \text{ cm}, r_2 = 13.1 \text{ cm}$	$[O_1, O_2, A_{\text{KRing}}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
8	$r_1 = 9.8 \text{ cm}, r_2 = 13.5 \text{ cm}$	$[O_1, O_2, A_{\text{KRing}}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
9	$r_1 = 6.4 \text{ cm}, r_2 = 9.1 \text{ cm}$	$[O_1, O_2, A_{\text{KRing}}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	
10	$r_1 = 13.5 \text{ cm}, r_2 = 9.9 \text{ cm}$	$[O_1, O_2, A_{\text{KRing}}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$	

Vorgehensweise: Zur Ermittlung der fehlenden Größen bei der Doppelhalbkugel ist die obige Formelsammlung anzuwenden.

Lösungen:

Nr.	$r_1=$	$O_1=$	$V_1=$	$r_2=$	$O_2=$	$V_2=$	$A_{KRing}=$	$O=$	$V=$
1	6.3 cm	249.38 cm ²	523.7 cm ³	12.8 cm	1029.44 cm ²	4392.26 cm ³	390.03 cm ²	1668.9 cm ²	4916.0 cm ³
2	14.3 cm	1284.85 cm ²	6124.44 cm ³	11.0 cm	760.27 cm ²	2787.64 cm ³	262.29 cm ²	2307.4 cm ²	8912.1 cm ³
3	4.8 cm	144.76 cm ²	231.62 cm ³	19.7 cm	2438.44 cm ²	16012.43 cm ³	1146.84 cm ²	3730.0 cm ²	16244.1 cm ³
4	2.8 cm	49.26 cm ²	45.98 cm ³	11.5 cm	760.27 cm ²	3185.31 cm ³	390.85 cm ²	1200.4 cm ²	3231.3 cm ³
5	13.8 cm	1196.57 cm ²	5504.22 cm ³	14.6 cm	1339.42 cm ²	6518.04 cm ³	71.38 cm ²	2607.3 cm ²	12022.3 cm ³
6	5.5 cm	190.07 cm ²	348.45 cm ³	11.2 cm	788.16 cm ²	2942.47 cm ³	299.05 cm ²	1277.3 cm ²	3290.9 cm ³
7	7.9 cm	392.13 cm ²	1032.62 cm ³	13.1 cm	1078.26 cm ²	4708.39 cm ³	343.06 cm ²	1813.4 cm ²	5741.0 cm ³
8	9.8 cm	603.44 cm ²	1971.23 cm ³	13.5 cm	1145.10 cm ²	5153.0 cm ³	270.84 cm ²	2019.4 cm ²	7124.2 cm ³
9	6.4 cm	257.36 cm ²	549.03 cm ³	9.1 cm	520.31 cm ²	1578.28 cm ³	131.48 cm ²	909.2 cm ²	2127.3 cm ³
10	13.5 cm	1145.11 cm ²	5153.0 cm ³	9.9 cm	615.81 cm ²	2032.19 cm ³	264.65 cm ²	2025.6 cm ²	7185.2 cm ³

Aufgabe 5: Berechne Oberfläche und Volumen (Oberfläche O, Volumen V) des aus zwei Halbkugeln zusammengesetzten Körpers.

Nr.	Gegeben:	Gesucht:
1	$r_1 = 9.3 \text{ cm}, r_2 = 5.0 \text{ cm}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
2	$r_1 = 2.1 \text{ m}, r_2 = 3.4 \text{ m}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
3	$r_1 = 4.9 \text{ dm}, r_2 = 9.6 \text{ dm}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
4	$r_1 = 8.8 \text{ dm}, r_2 = 9.0 \text{ dm}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
5	$r_1 = 8.9 \text{ m}, r_2 = 9.3 \text{ m}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
6	$r_1 = 9.5 \text{ dm}, r_2 = 5.1 \text{ dm}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
7	$r_1 = 3.6 \text{ cm}, r_2 = 8.4 \text{ cm}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
8	$r_1 = 2.1 \text{ mm}, r_2 = 9.3 \text{ mm}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
9	$r_1 = 2.2 \text{ m}, r_2 = 9.8 \text{ m}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
10	$r_1 = 9.1 \text{ dm}, r_2 = 5.5 \text{ dm}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
11	$r_1 = 5.1 \text{ dm}, r_2 = 8.9 \text{ dm}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
12	$r_1 = 2.5 \text{ mm}, r_2 = 3.5 \text{ mm}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
13	$r_1 = 8.6 \text{ dm}, r_2 = 9.7 \text{ dm}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
14	$r_1 = 7.5 \text{ mm}, r_2 = 3.9 \text{ mm}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
15	$r_1 = 5.2 \text{ mm}, r_2 = 4.6 \text{ mm}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
16	$r_1 = 9.0 \text{ cm}, r_2 = 9.9 \text{ cm}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
17	$r_1 = 9.9 \text{ mm}, r_2 = 3.7 \text{ mm}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
18	$r_1 = 6.1 \text{ mm}, r_2 = 4.2 \text{ mm}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
19	$r_1 = 6.7 \text{ m}, r_2 = 6.3 \text{ m}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$
20	$r_1 = 3.3 \text{ m}, r_2 = 5.8 \text{ m}$	$[O_1, O_2, A_{KRing}, V_1, V_2 \rightarrow] O, V$

Vorgehensweise: Zur Ermittlung der fehlenden Größen bei der Doppelhalbkugel ist die obige Formelsammlung anzuwenden.

Lösungen:

Nr.	$r_1=$	$O_1=$	$V_1=$	$r_2=$	$O_2=$	$V_2=$	$A_{KRing}=$	$O=$	$V=$
1	9.3 cm	543.43 cm ²	1684.64 cm ³	5.0 cm	157.08 cm ²	261.8 cm ³	193.18 cm ²	893.7 cm ²	1946.4 cm ³
2	2.1 m	27.71 m ²	19.4 m ³	3.4 m	72.63 m ²	82.32 m ³	22.46 m ²	122.8 m ²	101.7 m ³

3	4.9 dm	150.86 dm ²	246.4 dm ³	9.6 dm	579.06 dm ²	1852.99 dm ³	214.1 dm ²	944.0 dm ²	2099.4 dm ³
4	8.8 dm	486.57 dm ²	1427.27 dm ³	9.0 dm	508.94 dm ²	1526.81 dm ³	11.18 dm ²	1006.7 dm ²	2954.1 dm ³
5	8.9 m	497.69 m ²	1476.48 m ³	9.3 m	543.43 m ²	1684.64 m ³	22.87 m ²	1064.0 m ²	3161.1 m ³
6	9.5 dm	567.06 dm ²	1795.68 dm ³	5.1 dm	163.43 dm ²	277.82 dm ³	201.82 dm ²	932.3 dm ²	2073.5 dm ³
7	3.6 cm	81.43 cm ²	97.72 cm ³	8.4 cm	443.34 cm ²	1241.36 cm ³	180.96 cm ²	705.7 cm ²	1339.1 cm ³
8	2.1 mm	27.71 mm ²	19.4 mm ³	9.3 mm	543.43 mm ²	1684.64 mm ³	257.86 mm ²	829.0 mm ²	1704.0 mm ³
9	2.2 m	30.41 m ²	22.3 m ³	9.8 m	603.44 m ²	1971.23 m ³	286.51 m ²	920.4 m ²	1993.5 m ³
10	9.1 dm	520.31 dm ²	1578.28 dm ³	5.5 dm	190.07 dm ²	348.45 dm ³	165.12 dm ²	875.5 dm ²	1926.7 dm ³
11	5.1 dm	163.43 dm ²	277.82 dm ³	8.9 dm	497.69 dm ²	1476.48 dm ³	167.13 dm ²	828.3 dm ²	1754.3 dm ³
12	2.5 mm	39.27 mm ²	32.72 mm ³	3.5 mm	76.97 mm ²	89.8 mm ³	18.85 mm ²	135.1 mm ²	122.5 mm ³
13	8.6 dm	464.7 dm ²	1332.15 dm ³	9.7 dm	591.18 dm ²	1911.5 dm ³	63.24 dm ²	1119.1 dm ²	3243.7 dm ³
14	7.5 mm	353.43 mm ²	883.57 mm ³	3.9 mm	95.57 mm ²	124.24 mm ³	128.93 mm ²	577.9 mm ²	1007.8 mm ³
15	5.2 mm	169.9 mm ²	294.49 mm ³	4.6 mm	132.95 mm ²	203.86 mm ³	18.47 mm ²	321.3 mm ²	498.4 mm ³
16	9.0 cm	508.94 cm ²	1526.81 cm ³	9.9 cm	615.81 cm ²	2032.19 cm ³	53.44 cm ²	1178.2 cm ²	3559.0 cm ³
17	9.9 mm	615.81 mm ²	2032.19 mm ³	3.7 mm	86.02 mm ²	106.09 mm ³	264.9 mm ²	966.7 mm ²	2138.3 mm ³
18	6.1 mm	233.8 mm ²	475.39 mm ³	4.2 mm	110.84 mm ²	155.17 mm ³	61.48 mm ²	406.1 mm ²	630.6 mm ³
19	6.7 m	282.05 m ²	629.92 m ³	6.3 m	249.38 m ²	523.7 m ³	16.34 m ²	547.8 m ²	1153.6 m ³
20	3.3 m	68.42 m ²	75.27 m ³	5.8 m	211.37 m ²	408.64 m ³	71.47 m ²	351.3 m ²	483.9 m ³

www.michael-buhlmann.de / 05.2019 / Mathematik-Aufgabenpool: Kugelberechnung / Aufgaben 851-855