

Mathematik-Aufgabenpool

> Lineare Gleichungen IV

Einleitung: Gleichungen bestehen aus zwei durch ein Gleichheitszeichen verbundene Terme (linke, rechte Seite der Gleichung; $\text{Term 1} = \text{Term 2}$), von denen mindestens einer eine Variable (Unbekannte) x enthält. Gleichungen können (gegebenenfalls) mit Gleichungsumformungen (mit Termumformungen) nach der Variable umgeformt bzw. aufgelöst werden. Lineare Gleichungen sind innerhalb der mathematischen Algebra Gleichungen mit der Variablen x , die folgenden einfachen Formen mit rationalen oder reellen Zahlen a, b, c, d genügen:

- 1) $ax = b \Leftrightarrow x = b/a \rightarrow L = \{b/a\}$
- 2) $ax + b = c \Leftrightarrow ax = c - b \Leftrightarrow x = (c - b)/a \rightarrow L = \{(c - b)/a\}$
- 3) $ax + b = cx + d \Leftrightarrow (a - c)x + b = d \Leftrightarrow (a - c)x = d - b \Leftrightarrow x = (d - b)/(a - c) \rightarrow L = \{(d - b)/(a - c)\}$

Die Lösung der linearen Gleichung $ax + b = 0$ ist für $a \neq 0$ dann: $x = -\frac{b}{a}$; ist $a = 0$, so besitzt die Gleichung keine Lösung ($L = \{\}$; $b \neq 0$) oder unendlich viele Lösungen ($L = \mathbf{Q}$ oder \mathbf{R} ; $b = 0$) (L als Lösungsmenge). Bei den Gleichungsumformungen gelten die algebraischen Gesetzmäßigkeiten (Punkt- vor Strichrechnung, Auflösen von Klammern in Termen, Vorzeichenregeln, Rechnen mit negativen und positiven Zahlen, Rechnen mit Brüchen und Dezimalzahlen, Addition bzw. Subtraktion, Multiplikation bzw. Division in Gleichungen u.a.).

Terme mit Klammern werden wie folgt behandelt:

$+(p+q) = p+q, -(p+q) = -p-q, +(p-q) = p-q, -(p-q) = -p+q, +(-p+q) = -p+q, -(-p+q) = p-q, +(-p-q) = -p-q, -(-p-q) = p+q, r(p+q) = rp+rq, -r(p+q) = -rp-rq, r(p-q) = rp-rq, -r(p-q) = -rp+rq, r(-p+q) = -rp+rq, -r(-p+q) = rp-rq, r(-p-q) = -rp-rq, -r(-p-q) = rp+rq$ usw.

Aufgabe 1: Bestimme die Lösung der folgenden linearen Gleichungen.

- | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| a) $4 + (3 - 8x) = -1$ | b) $(5x + 2) + 8x = 41$ |
| c) $(2x - 3) + (2x + 3) = 12$ | d) $(-3x + 5) + 11 = 2x + 1$ |
| e) $(4x + 3) - 8 = 2x + (5 - 3x)$ | f) $(10 - x) + 3x = 18 + (7x + 2)$ |

Vorgehensweise: Zur Ermittlung der Lösung der jeweiligen Gleichung ist das in der Einleitung Gesagte insbesondere hinsichtlich des Rechnens mit Klammern zu beachten.

Lösungen:

- | | |
|---|---|
| a) $4 + (3 - 8x) = -1$
$4 + 3 - 8x = -1$
$7 - 8x = -1$
$-8x = -8$
$x = 1$ | (Klammern auflösen)
(Zusammenfassen)
$ -7$
$:(-8)$
Lösungsmenge: $L = \{1\}$ |
| b) $(5x + 2) + 8x = 41$
$5x + 2 + 8x = 41$
$13x + 2 = 41$
$13x = 39$
$x = 3$ | (Klammern auflösen)
(Zusammenfassen)
$ -2$
$:13$
Lösungsmenge: $L = \{3\}$ |
| c) $(2x - 3) + (2x + 3) = 12$
$2x - 3 + 2x + 3 = 12$
$4x = 12$
$x = 3$ | (Klammern auflösen)
(Zusammenfassen)
$:4$
Lösungsmenge: $L = \{3\}$ |
| d) $(-3x + 5) + 11 = 2x + 1$
$-3x + 5 + 11 = 2x + 1$
$-3x + 16 = 2x + 1$
$16 = 5x + 1$
$15 = 5x$
$3 = x$ | (Klammern auflösen)
(Zusammenfassen)
$ +3x$
$ -1$
$:5$
Lösungsmenge: $L = \{3\}$ |
| e) $(4x + 3) - 8 = 2x + (5 - 3x)$
$4x + 3 - 8 = 2x + 5 - 3x$
$4x - 5 = -x + 5$
$5x - 5 = 5$ | (Klammern auflösen)
(Zusammenfassen)
$ +x$
$ +5$ |

$5x = 10$:2
$x = 2$	Lösungsmenge: $L = \{2\}$
f) $(10-x) + 3x = 18 + (7x+2)$	(Klammern auflösen)
$10 - x + 3x = 18 + 7x + 2$	(Zusammenfassen)
$10 + 2x = 20 + 7x$	-2x
$10 = 20 + 5x$	-20
$-10 = 5x$:5
$-2 = x$	Lösungsmenge: $L = \{-2\}$

Aufgabe 2: Bestimme die Lösung der folgenden linearen Gleichungen.

a) $15 - (x+3) = 0$	b) $5x - (2+3x) = 10$
c) $-(-4x+7) - 23 = 10x + 15$	d) $(8x+5) - (-4x+2) = -3$
e) $5x - (3x+10) + 15 = 16 - (6-4x) + 8x$	f) $-(7-2x) - (3x+9) = -9x$

Vorgehensweise: Zur Ermittlung der Lösung der jeweiligen Gleichung ist das in der Einleitung Gesagte insbesondere hinsichtlich des Rechnens mit Klammern zu beachten.

Lösungen:

a) $15 - (x+3) = 0$	(Klammern auflösen)
$15 - x - 3 = 0$	(Zusammenfassen)
$12 - x = 0$	+x
$12 = x$	Lösungsmenge: $L = \{12\}$
b) $5x - (2+3x) = 10$	(Klammern auflösen)
$5x - 2 - 3x = 10$	(Zusammenfassen)
$2x - 2 = 10$	+2
$2x = 12$:2
$x = 6$	Lösungsmenge: $L = \{6\}$
c) $-(-4x+7) - 23 = 10x + 15$	(Klammern auflösen)
$4x - 7 - 23 = 10x + 15$	(Zusammenfassen)
$4x - 30 = 10x + 15$	-4x
$-30 = 6x + 15$	-15
$-45 = 6x$:6
$-7,5 = x$	Lösungsmenge: $L = \{-7,5\}$
d) $(8x+5) - (-4x+2) = -3$	(Klammern auflösen)
$8x + 5 + 4x - 2 = -3$	(Zusammenfassen)
$12x + 3 = -3$	-3
$12x = -6$:12
$x = -0,5$	Lösungsmenge: $L = \{-0,5\}$
e) $5x - (3x+10) + 15 = 16 - (6-4x) + 8x$	(Klammern auflösen)
$5x - 3x - 10 + 15 = 16 - 6 + 4x + 8x$	(Zusammenfassen)
$2x + 5 = 10 + 12x$	-2x
$5 = 10 + 10x$	-10
$-5 = 10x$:10
$-0,5 = x$	Lösungsmenge: $L = \{-0,5\}$
f) $-(7-2x) - (3x+9) = -9x$	(Klammern auflösen)
$-7 + 2x - 3x - 9 = -9x$	(Zusammenfassen)
$-16 - x = -9x$	+x
$-16 = -8x$:(-8)
$2 = x$	Lösungsmenge: $L = \{2\}$

Aufgabe 3: Bestimme die Lösung der folgenden linearen Gleichungen.

a) $2(7x+3) = 27$	b) $3(x-5) - 6 = 4x$
c) $2x + 4(7+3x) = 11 - 3x$	d) $5(2x+3) - (13-4x) = 5x + 20$
e) $-5x + 3(16+x) = 23 + 4(9-6x)$	f) $10(x+5) + 12(5-2x) - x = 20$

Vorgehensweise: Zur Ermittlung der Lösung der jeweiligen Gleichung ist das in der Einleitung Gesagte insbesondere hinsichtlich des Rechnens mit Klammern zu beachten.

Lösungen:

a) $2 \cdot (7x+3) = 27$	(Klammern auflösen)
$14x + 6 = 27$	-6
$14x = 21$:14

$x = 1,5$	Lösungsmenge: $L = \{1,5\}$
b) $3(x-5) - 6 = 4x$	(Klammern auflösen)
$3x - 15 - 6 = 4x$	(Zusammenfassen)
$3x - 21 = 4x$	$-3x$
$-21 = x$	Lösungsmenge: $L = \{-21\}$
c) $2x + 4(7+3x) = 11 - 3x$	(Klammern auflösen)
$2x + 28 + 12x = 11 - 3x$	(Zusammenfassen)
$14x + 28 = 11 - 3x$	$+3x$
$17x + 28 = 11$	-28
$17x = -17$	$:17$
$x = -1$	Lösungsmenge: $L = \{-1\}$
d) $5(2x+3) - (13-4x) = 5x + 20$	(Klammern auflösen)
$10x + 15 - 13 + 4x = 5x + 20$	(Zusammenfassen)
$14x + 2 = 5x + 20$	$-5x$
$9x + 2 = 20$	-2
$9x = 18$	$:9$
$x = 2$	Lösungsmenge: $L = \{2\}$
e) $-5x + 3(16+x) = 23 + 4(9-6x)$	(Klammern auflösen)
$-5x + 48 + 3x = 23 + 36 - 24x$	(Zusammenfassen)
$-2x + 48 = 59 - 24x$	$+24x$
$22x + 48 = 59$	-48
$22x = 11$	$:22$
$x = 0,5$	Lösungsmenge: $L = \{0,5\}$
f) $10(x+5) + 12(5-2x) - x = 20$	(Klammern auflösen)
$10x + 50 + 60 - 24x - x = 20$	(Zusammenfassen)
$-15x + 110 = 20$	-110
$-15x = -90$	$:(-15)$
$x = 6$	Lösungsmenge: $L = \{6\}$

Aufgabe 4: Bestimme die Lösung der folgenden linearen Gleichungen.

a) $-4(5x-4) = -14$	b) $25 - 7(4x+1) = -10x$
c) $8x - 2(5+3x) = 9$	d) $x - 8(2x+3) + 4(3x+2) = -34$
e) $9x - 3(4+5x) = 35 - 4(3-x)$	f) $-6(4x+3) - 3(5-2x) = 13 + (-x+5)$

Vorgehensweise: Zur Ermittlung der Lösung der jeweiligen Gleichung ist das in der Einleitung Gesagte insbesondere hinsichtlich des Rechnens mit Klammern zu beachten.

Lösungen:

a) $-4(5x-4) = -14$	(Klammern auflösen)
$-20x + 16 = -14$	-16
$-20x = -30$	$:(-20)$
$x = 1,5$	Lösungsmenge: $L = \{1,5\}$
b) $25 - 7(4x+1) = -10x$	(Klammern auflösen)
$25 - 28x - 7 = -10x$	(Zusammenfassen)
$18 - 28x = -10x$	$+28x$
$18 = 18x$	$:18$
$1 = x$	Lösungsmenge: $L = \{1\}$
c) $8x - 2(5+3x) = 9$	(Klammern auflösen)
$8x - 10 - 6x = 9$	(Zusammenfassen)
$2x - 10 = 9$	$+10$
$2x = 19$	$:2$
$x = 9,5$	Lösungsmenge: $L = \{9,5\}$
d) $x - 8(2x+3) + 4(3x+2) = -34$	(Klammern auflösen)
$x - 16x - 24 + 12x + 8 = -34$	(Zusammenfassen)
$-3x - 16 = -34$	$+16$
$-3x = -18$	$:(-3)$
$x = 6$	Lösungsmenge: $L = \{6\}$
e) $9x - 3(4+5x) = 35 - 4(3-x)$	(Klammern auflösen)
$9x - 12 - 15x = 35 - 12 + 4x$	(Zusammenfassen)
$-6x - 12 = 23 + 4x$	$+6x$
$-12 = 23 + 10x$	-23
$-35 = 10x$	$:10$
$-3,5 = x$	Lösungsmenge: $L = \{-3,5\}$

$$\begin{aligned}
 f) & -6(4x+3) - 3(5-2x) = 13 + (-x+5) \\
 & -24x - 18 - 15 + 6x = 13 - x + 5 \\
 & -18x - 33 = 18 - x \\
 & -17x - 33 = 18 \\
 & -17x = 51 \\
 & x = -3
 \end{aligned}$$

(Klammern auflösen)
 (Zusammenfassen)
 | +x
 | +33
 | :(-3)
 Lösungsmenge: $L = \{-3\}$

Aufgabe 5: Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen.

a) $(28-9x) + 12 = x$

b) $-(x+1) + 5x = -10 + 4x - (x-1)$

c) $3(5-2x) = -21$

d) $5(x-11) = -19x + 209$

e) $5(4x-7) = 3 - 2(8x+1)$

f) $-4(x+3) + 5(x-2) = 8(x-1)$

g) $2(x+3) + 15 = -47x + 4(2x-5)$

h) $5x + 12(x+4) = 14 + 13(x+2)$

i) $-(5x+2) - 5(x+2) = -5x + 2$

j) $3(2x+2) - 6(3x-3) = -2(4x+5)$

k) $22x + 4(4+3x) = 60 - 7(2-4x)$

l) $9(2x-6) - 5(6+2x) = 6(8-3x) + 2(-3x+2)$

Vorgehensweise: Zur Ermittlung der Lösung der jeweiligen Gleichung ist das in der Einleitung Gesagte insbesondere hinsichtlich des Rechnens mit Klammern zu beachten.

Lösungen:

$$\begin{aligned}
 a) & (28-9x) + 12 = x \\
 & 28 - 9x + 12 = x \\
 & 40 - 9x = x \\
 & 40 = 10x \\
 & 4 = x
 \end{aligned}$$

(Klammern auflösen)
 (Zusammenfassen)
 | +9x
 | :10
 Lösungsmenge: $L = \{4\}$

$$\begin{aligned}
 b) & -(x+1) + 5x = -10 + 4x - (x-1) \\
 & -x - 1 + 5x = -10 + 4x - x + 1 \\
 & 4x - 1 = -9 + 3x \\
 & x - 1 = -9 \\
 & x = -8
 \end{aligned}$$

(Klammern auflösen)
 (Zusammenfassen)
 | -3x
 | +1
 Lösungsmenge: $L = \{-8\}$

$$\begin{aligned}
 c) & 3(5-2x) = -21 \\
 & 15 - 6x = -21 \\
 & -6x = -36 \\
 & x = 6
 \end{aligned}$$

(Klammern auflösen)
 | -15
 | :(-6)
 Lösungsmenge: $L = \{6\}$

$$\begin{aligned}
 d) & 5(x-11) = -19x + 209 \\
 & 5x - 55 = -19x + 209 \\
 & 24x - 55 = 209 \\
 & 24x = 264 \\
 & x = 11
 \end{aligned}$$

(Klammern auflösen)
 | +19x
 | +55
 | :24
 Lösungsmenge: $L = \{11\}$

$$\begin{aligned}
 e) & 5(4x-7) = 3 - 2(8x+1) \\
 & 20x - 35 = 3 - 16x - 2 \\
 & 20x - 35 = 1 - 16x \\
 & 36x - 35 = 1 \\
 & 36x = 36 \\
 & x = 1
 \end{aligned}$$

(Klammern auflösen)
 (Zusammenfassen)
 | +16x
 | +35
 | :36
 Lösungsmenge: $L = \{1\}$

$$\begin{aligned}
 f) & -4(x+3) + 5(x-2) = 8(x-1) \\
 & -4x - 12 + 5x - 10 = 8x - 8 \\
 & x - 22 = 8x - 8 \\
 & -22 = 7x - 8 \\
 & -14 = 7x \\
 & -2 = x
 \end{aligned}$$

(Klammern auflösen)
 (Zusammenfassen)
 | -x
 | +8
 | :7
 Lösungsmenge: $L = \{2\}$

$$\begin{aligned}
 g) & 2(x+3) + 15 = -47x + 4(2x-5) \\
 & 2x + 6 + 15 = -47x + 8x - 20 \\
 & 2x + 21 = -39x - 20 \\
 & 21 = -41x - 20 \\
 & 41 = 41x \\
 & 1 = x
 \end{aligned}$$

(Klammern auflösen)
 (Zusammenfassen)
 | -2x
 | +20
 | :41
 Lösungsmenge: $L = \{1\}$

$$\begin{aligned}
 h) & 5x + 12(x+4) = 14 + 13(x+2) \\
 & 5x + 12x + 48 = 14 + 13x + 26 \\
 & 17x + 48 = 40 + 13x \\
 & 4x + 48 = 40 \\
 & 4x = -8 \\
 & x = -2
 \end{aligned}$$

(Klammern auflösen)
 (Zusammenfassen)
 | -13x
 | -48
 | :4
 Lösungsmenge: $L = \{-2\}$

i) $-(5x+2) - 5(x+2) = -5x + 2$	(Klammern auflösen)
$-5x - 2 - 5x - 10 = -5x + 2$	(Zusammenfassen)
$-10x - 12 = -5x + 2$	+10x
$-12 = 5x + 2$	-2
$-14 = 5x$:5
$-2,8 = x$	Lösungsmenge: $L = \{-2,8\}$
j) $3(2x+2) - 6(3x-3) = -2(4x+5)$	(Klammern auflösen)
$6x + 6 - 18x + 18 = -8x - 10$	(Zusammenfassen)
$-12x + 24 = -8x - 10$	+12x
$24 = 4x - 10$	+10
$34 = 4x$:4
$8,5 = x$	Lösungsmenge: $L = \{8,5\}$
k) $22x + 4(4+3x) = 60 - 7(2-4x)$	(Klammern auflösen)
$22x + 16 + 12x = 60 - 14 + 28x$	(Zusammenfassen)
$34x + 16 = 46 + 28x$	-28x
$6x + 16 = 46$	-16
$6x = 30$:6
$x = 5$	Lösungsmenge: $L = \{5\}$
l) $9(2x-6) - 5(6+2x) = 6(8-3x) + 2(-3x+2)$	(Klammern auflösen)
$18x - 54 - 30 - 10x = 48 - 18x - 6x + 4$	(Zusammenfassen)
$8x - 84 = 52 - 24x$	+24x
$32x - 84 = 52$	+84
$32x = 136$:32
$x = 4,25$	Lösungsmenge: $L = \{4,25\}$

Abkürzungen: L = Lösungsmenge, \mathbf{Q} = Menge der rationalen Zahlen, \mathbf{R} = Menge der reellen Zahlen.

www.michael-buhlmann.de / 11.2022 / Mathematik-Aufgabenpool: Lineare Gleichungen IV / Aufgaben 1737-1741