

# Mathematik-Aufgabenpool

## > Lineare Gleichungen mit quadratischen Termen

**Einleitung:** Gleichungen bestehen aus zwei durch ein Gleichheitszeichen verbundene Terme (linke, rechte Seite der Gleichung; Term 1 = Term 2), von denen mindestens einer eine Variable (Unbekannte) x enthält. Gleichungen können (gegebenenfalls) mit Gleichungsumformungen (mit Termumformungen) nach der Variable umgeformt bzw. aufgelöst werden. Lineare Gleichungen sind innerhalb der mathematischen Algebra Gleichungen mit der Variablen x, die folgenden einfachen Formen mit rationalen oder reellen Zahlen a, b, c, d genügen:

1)  $ax = b \Leftrightarrow x = b/a \rightarrow L = \{b/a\}$

2)  $ax + b = c \Leftrightarrow ax = c - b \Leftrightarrow x = (c - b)/a \rightarrow L = \{(c - b)/a\}$

3)  $ax + b = cx + d \Leftrightarrow (a - c)x + b = d \Leftrightarrow (a - c)x = d - b \Leftrightarrow x = (d - b)/(a - c) \rightarrow L = \{(d - b)/(a - c)\}$

Die Lösung der linearen Gleichung  $ax + b = 0$  ist für  $a \neq 0$  dann:  $x = -\frac{b}{a}$ ; ist  $a = 0$ , so besitzt die Gleichung keine Lösung ( $L = \{\}$ ;  $b \neq 0$ ) oder unendlich viele Lösungen ( $L = \mathbf{Q}$  oder  $\mathbf{R}$ ;  $b = 0$ ) ( $L$  als Lösungsmenge). Bei den Gleichungsumformungen gelten die algebraischen Gesetzmäßigkeiten (Punkt- vor Strichrechnung, Auflösen von Klammern in Termen, Vorzeichenregeln, Rechnen mit negativen und positiven Zahlen, Rechnen mit Brüchen und Dezimalzahlen, Addition bzw. Subtraktion, Multiplikation bzw. Division in Gleichungen u.a.).

Treten Quadrate der Unbekannten x in der Gleichung auf, so fallen diese durch Term- oder Gleichungsumformungen weg, so dass lineare Gleichungen entstehen. Es gelten noch als Termumformungen die binomischen Formeln:

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2, (a-b)^2 = a^2-2ab+b^2, (a-b)(a+b) = a^2-b^2.$$

**Aufgabe 1:** Bestimme die Lösung der folgenden linearen Gleichungen mit quadratischen Termen.

a)  $(x^2 + 5x) - x^2 - 10 = 0$

b)  $(x^2 + 11x - 3) - (x^2 + x + 12) = 25$

c)  $(3x^2 + 2x - 8) - (-2x + 3x^2) = 12$

d)  $-(-x^2 + 5x) - (x^2 + 21) = 4x + 6$

e)  $(4x^2 + 3) - 2(2x^2 + 3x) = x - 11$

f)  $(10 - 5x^2) + 5(x^2 + 4) = 6x - (11x + 5)$

**Vorgehensweise:** Zur Ermittlung der Lösung der jeweiligen Gleichung ist das in der Einleitung Gesagte insbesondere hinsichtlich des Rechnens mit Klammern zu beachten.

**Lösungen:**

a)  $(x^2 + 5x) - x^2 - 10 = 0$   
 $x^2 + 5x - x^2 - 10 = 0$   
 $5x - 10 = 0$   
 $5x = 10$   
 $x = 2$

(Klammern auflösen)  
 (Zusammenfassen)  
 $| +10$   
 $| :5$   
 Lösungsmenge:  $L = \{2\}$

b)  $(x^2 + 11x - 3) - (x^2 + x + 12) = 25$   
 $x^2 + 11x - 3 - x^2 - x - 12 = 25$   
 $10x - 15 = 25$   
 $10x = 40$   
 $x = 4$

(Klammern auflösen)  
 (Zusammenfassen)  
 $| +15$   
 $| :10$   
 Lösungsmenge:  $L = \{4\}$

c)  $(3x^2 + 2x - 8) - (-2x + 3x^2) = 12$   
 $3x^2 + 2x - 8 + 2x - 3x^2 = 12$   
 $4x - 8 = 12$   
 $4x = 20$   
 $x = 5$

(Klammern auflösen)  
 (Zusammenfassen)  
 $| +8$   
 $| :4$   
 Lösungsmenge:  $L = \{5\}$

d)  $-(-x^2 + 5x) - (x^2 + 21) = 4x + 6$   
 $x^2 - 5x - x^2 - 21 = 4x + 6$   
 $-5x - 21 = 4x + 6$   
 $-21 = 9x + 6$   
 $-27 = 9x$   
 $-3 = x$

(Klammern auflösen)  
 (Zusammenfassen)  
 $| +5x$   
 $| -6$   
 $| :9$   
 Lösungsmenge:  $L = \{-3\}$

e)  $(4x^2 + 3) - 2(2x^2 + 3x) = x - 11$   
 $4x^2 + 3 - 4x^2 - 6x = x - 11$   
 $3 - 6x = x - 11$   
 $3 = 7x - 11$

(Klammern auflösen)  
 (Zusammenfassen)  
 $| +6x$   
 $| +11$

$$14 = 7x$$

$$2 = x$$

$$f) (10 - 5x^2) + 5(x^2 + 4) = 6x - (11x + 5)$$

$$10 - 5x^2 + 5x^2 + 20 = 6x - 11x - 5$$

$$30 = -5x - 5$$

$$35 = -5x$$

$$-7 = x$$

$$| :7$$

$$\text{Lösungsmenge: } L = \{2\}$$

(Klammern auflösen)  
(Zusammenfassen)

$$| +5$$

$$| :(-5)$$

$$\text{Lösungsmenge: } L = \{-7\}$$

**Aufgabe 2:** Bestimme die Lösung der folgenden linearen Gleichungen mit quadratischen Termen.

$$a) x^2 - 3x - 4 = (x-2)(x+5)$$

$$b) 2x^2 - 98 = (2x+1)(x-7)$$

$$c) (3x+2)(x-4) = 3x^2$$

$$d) 4x(x-9) = (1+4x)(x-2) - x + 30$$

$$e) -2(x+5) + x^2 = (x+2)(x+3) - 16$$

$$f) 10x - (x^2 + 3x - 23) = (2-x)(x+9) - 9$$

**Vorgehensweise:** Zur Ermittlung der Lösung der jeweiligen Gleichung ist das in der Einleitung Gesagte insbesondere hinsichtlich des Rechnens mit Klammern zu beachten.

**Lösungen:**

$$a) x^2 - 3x - 4 = (x-2)(x+5)$$

$$x^2 - 3x - 4 = x^2 + 5x - 2x - 10$$

$$x^2 - 3x - 4 = x^2 + 3x - 10$$

$$-3x - 4 = 3x - 10$$

$$-4 = 6x - 10$$

$$6 = 6x$$

$$1 = x$$

(Klammern auflösen)  
(Zusammenfassen)

$$| -x^2$$

$$| +3x$$

$$| +10$$

$$| :6$$

$$\text{Lösungsmenge: } L = \{1\}$$

$$b) 2x^2 - 98 = (2x+1)(x-7)$$

$$2x^2 - 98 = 2x^2 - 14x + x - 7$$

$$2x^2 - 98 = 2x^2 - 13x - 7$$

$$-98 = -13x - 7$$

$$-91 = -13x$$

$$7 = x$$

(Klammern auflösen)  
(Zusammenfassen)

$$| -2x^2$$

$$| +7$$

$$| :(-13)$$

$$\text{Lösungsmenge: } L = \{7\}$$

$$c) (3x+2)(x-4) = 3x^2$$

$$3x^2 - 12x + 2x - 8 = 3x^2$$

$$3x^2 - 10x - 8 = 3x^2$$

$$-10x - 8 = 0$$

$$-10x = 8$$

$$x = -0,8$$

(Klammern auflösen)  
(Zusammenfassen)

$$| -3x^2$$

$$| +8$$

$$| :(-10)$$

$$\text{Lösungsmenge: } L = \{-0,8\}$$

$$d) 4x(x-9) = (1+4x)(x-2) - x + 30$$

$$4x^2 - 36x = x - 2 + 4x^2 - 8x - x + 30$$

$$4x^2 - 36x = 4x^2 - 8x + 28$$

$$-36x = -8x + 28$$

$$-28x = 28$$

$$x = -1$$

(Klammern auflösen)  
(Zusammenfassen)

$$| -4x^2$$

$$| +8x$$

$$| :(-28)$$

$$\text{Lösungsmenge: } L = \{-1\}$$

$$e) -2(x+5) + x^2 = (x+2)(x+3) - 16$$

$$-2x - 10 + x^2 = x^2 + 3x + 2x + 6 - 16$$

$$x^2 - 2x - 10 = x^2 + 5x - 10$$

$$-2x - 10 = 5x - 10$$

$$-10 = 7x - 10$$

$$0 = 7x$$

$$0 = x$$

(Klammern auflösen)  
(Zusammenfassen)

$$| -x^2$$

$$| +2x$$

$$| +10$$

$$| :7$$

$$\text{Lösungsmenge: } L = \{0\}$$

$$f) 10x - (x^2 + 3x - 23) = (2-x)(x+9) - 9$$

$$10x - x^2 - 3x + 23 = 18 + 2x - x^2 - 9x - 9$$

$$-x^2 + 7x + 23 = -x^2 - 7x + 9$$

$$7x + 23 = -7x + 9$$

$$14x + 23 = 9$$

$$14x = -14$$

$$x = -1$$

(Klammern auflösen)  
(Zusammenfassen)

$$| +x^2$$

$$| +7x$$

$$| -23$$

$$| :14$$

$$\text{Lösungsmenge: } L = \{-1\}$$

**Aufgabe 3:** Bestimme die Lösung der folgenden linearen Gleichungen mit quadratischen Termen.

$$a) (x+5)^2 = x^2 + 12x + 19$$

$$b) (x-3)^2 = x^2 + 5x - 2$$

$$c) -12(x+2)^2 = 264 - 12x^2$$

$$d) (2-x)(x+8) = -(x+7)^2 + 1$$

$$e) -4(2x+1)^2 = -16x^2 - 10x - 7$$

$$f) 5x^2 - 5(x+4)^2 = 14 + 13(x+5)$$



$$\begin{aligned}
c) \quad & (3x+1)^2 = 16 + 9(1-x)^2 \\
& 9x^2 + 6x + 1 = 16 + 9(1-2x+x^2) \\
& 9x^2 + 6x + 1 = 16 + 9 - 18x + 9x^2 \\
& 9x^2 + 6x + 1 = 25 - 18x + 9x^2 \\
& 6x + 1 = 25 - 18x \\
& 24x + 1 = 25 \\
& 24x = 24 \\
& x = 1
\end{aligned}$$

(Binomische Formeln)  
(Klammern auflösen)  
(Zusammenfassen)  
|  $-9x^2$   
|  $+18x$   
|  $-1$   
|  $:24$   
Lösungsmenge:  $L = \{1\}$

$$\begin{aligned}
d) \quad & 4(x+3)^2 + 15 = (2x-1)^2 - 34 \\
& 4(x^2+6x+9) + 15 = 4x^2 - 4x + 1 - 34 \\
& 4x^2 + 24x + 36 + 15 = 4x^2 - 4x + 1 - 34 \\
& 4x^2 + 24x + 51 = 4x^2 - 4x - 33 \\
& 24x + 51 = -4x - 33 \\
& 28x + 51 = -33 \\
& 28x = -84 \\
& x = -3
\end{aligned}$$

(Binomische Formeln)  
(Klammern auflösen)  
(Zusammenfassen)  
|  $-4x^2$   
|  $+4x$   
|  $-51$   
|  $:28$   
Lösungsmenge:  $L = \{-3\}$

$$\begin{aligned}
e) \quad & (x-11)^2 + 7x = (x-8)^2 + 209 \\
& x^2 - 22x + 121 + 7x = x^2 - 16x + 64 + 209 \\
& x^2 - 15x + 121 = x^2 - 16x + 273 \\
& -15x + 121 = -16x + 273 \\
& x + 121 = 273 \\
& x = 152
\end{aligned}$$

(Binomische Formeln, Klammern auflösen)  
(Zusammenfassen)  
|  $-x^2$   
|  $+16x$   
|  $-121$   
Lösungsmenge:  $L = \{152\}$

$$\begin{aligned}
f) \quad & 2(x+18)^2 - 4(x+11)^2 = -2x^2 - 16 \\
& 2(x^2+36x+324) - 4(x^2+22x+121) = -2x^2 - 16 \\
& 2x^2 + 72x + 648 - 4x^2 - 88x - 484 = -2x^2 - 16 \\
& -2x^2 - 16x + 164 = -2x^2 - 16 \\
& -16x + 164 = -16 \\
& -16x = -180 \\
& x = 11,25
\end{aligned}$$

(Binomische Formeln)  
(Klammern auflösen)  
(Zusammenfassen)  
|  $+2x^2$   
|  $-164$   
|  $:(-16)$   
Lösungsmenge:  $L = \{11,25\}$

**Aufgabe 5:** Bestimme die Lösung der folgenden linearen Gleichungen mit quadratischen Termen.

$$a) \quad 2(x-5)^2 - (x+4)^2 - (x+3)^2 = 25$$

$$b) \quad 5(x+3)^2 - 2(x+2)^2 - 3(x+1)^2 = 146$$

$$c) \quad (3x-8)^2 = 5(x-20)^2 + 4(x+13)^2 + 412$$

$$d) \quad 4(x-2)^2 - 8(x+1) = 3(x+1)^2 + (x-5)^2$$

**Vorgehensweise:** Zur Ermittlung der Lösung der jeweiligen Gleichung ist das in der Einleitung Gesagte insbesondere hinsichtlich des Rechnens mit Klammern zu beachten.

**Lösungen:**

$$\begin{aligned}
a) \quad & 2(x-5)^2 - (x+4)^2 - (x+3)^2 = 25 \\
& 2(x^2-10x+25) - (x^2+8x+16) - (x^2+6x+9) = 25 \\
& 2x^2 - 20x + 50 - x^2 - 8x - 16 - x^2 - 6x - 9 = 25 \\
& -34x + 25 = 25 \\
& -34x = 0 \\
& 4x = -20 \\
& x = 0
\end{aligned}$$

(Binomische Formeln)  
(Klammern auflösen)  
(Zusammenfassen)  
|  $-25$   
|  $:(-34)$   
|  $:4$   
Lösungsmenge:  $L = \{0\}$

$$\begin{aligned}
b) \quad & 5(x+3)^2 - 2(x+2)^2 - 3(x+1)^2 = 146 \\
& 5(x^2+6x+9) - 2(x^2+4x+4) - 3(x^2+2x+1) = 146 \\
& 5x^2 + 30x + 45 - 2x^2 - 8x - 8 - 3x^2 - 6x - 3 = 146 \\
& 16x + 34 = 146 \\
& 16x = 112 \\
& x = 7
\end{aligned}$$

(Binomische Formeln)  
(Klammern auflösen)  
(Zusammenfassen)  
|  $-34$   
|  $:16$   
Lösungsmenge:  $L = \{7\}$

$$\begin{aligned}
c) \quad & (3x-8)^2 = 5(x-20)^2 + 4(x+13)^2 + 412 \\
& 9x^2 - 48x + 64 = 5(x^2-40x+400) + 4(x^2+26x+169) + 412 \\
& 9x^2 - 48x + 64 = 5x^2 - 200x + 2000 + 4x^2 + 104x + 676 + 412 \\
& 9x^2 - 48x + 64 = 9x^2 - 96x + 3088 \\
& -48x + 64 = -96x + 3088 \\
& 48x + 64 = 3088 \\
& 48x = 3024 \\
& x = 63
\end{aligned}$$

(Binomische Formel, Klammern auflösen)  
(Klammern auflösen)  
(Zusammenfassen)  
|  $-9x^2$   
|  $+96x$   
|  $-64$   
Lösungsmenge:  $L = \{63\}$

$$\begin{aligned}
d) \quad & 4(x-2)^2 - 8(x+1) = 3(x+1)^2 + (x-5)^2 \\
& 4(x^2-4x+4) - 8(x+1) = 3(x^2+2x+1) + (x^2-10x+25) \\
& 4x^2 - 16x + 16 - 8x - 8 = 3x^2 + 6x + 3 + x^2 - 10x + 25 \\
& 4x^2 - 24x + 8 = 4x^2 - 4x + 28 \\
& -24x + 8 = -4x + 28 \\
& 8 = 20x + 28
\end{aligned}$$

(Binomische Formeln)  
(Klammern auflösen)  
(Zusammenfassen)  
|  $-4x^2$   
|  $+24x$   
|  $-28$

$$\begin{aligned} -20 &= 20x \\ -2 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &| :20 \\ \text{Lösungsmenge: } L &= \{-2\} \end{aligned}$$

**Aufgabe 6:** Bestimme die Lösung der folgenden linearen Gleichungen mit quadratischen Termen.

a)  $x^2 + 17 - (x+1)(x-5) = 2$

b)  $-2x + 3 = (x-3)(x-5) - x^2$

c)  $-(x+5)^2 + 5x = -10 - x^2$

d)  $(2x+3)^2 = 4(x+9)^2$

e)  $(x-2)^2 + (x+1)^2 = 2x^2 + 5x + 33$

f)  $2x^2 - (x+3)^2 - (x+2)^2 = -43$

g)  $x^2 - 2(x+1)^2 = -(x+2)(x-2) + 2x + 6$

h)  $-x^2 + (2x+3)^2 = 3(x+14)^2 - 3$

i)  $-(x-12)^2 + 11(x+6) = (10-x)(x+10) + 32$

j)  $(x+38)(x-38) - (x+15)(x-15) = 17x - 12$

k)  $-2x + (x-7)^2 = 10(2x+7) + (x+1)^2 - 288$

l)  $3(x+3)^2 = 2(x-3)^2 + (x-3)(x+3) - 72$

**Vorgehensweise:** Zur Ermittlung der Lösung der jeweiligen Gleichung ist das in der Einleitung Gesagte insbesondere hinsichtlich des Rechnens mit Klammern zu beachten.

**Lösungen:**

$$\begin{aligned} \text{a) } x^2 + 17 - (x+1)(x-5) &= 2 \\ x^2 + 17 - (x^2 - 5x + x - 5) &= 2 \\ x^2 + 17 - (x^2 - 4x - 5) &= 2 \\ x^2 + 17 - x^2 + 4x + 5 &= 2 \\ 4x + 22 &= 2 \\ 4x &= -20 \\ x &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(\text{Klammern auflösen}) \\ &(\text{Zusammenfassen}) \\ &(\text{Klammern auflösen}) \\ &(\text{Zusammenfassen}) \\ &| -22 \\ &| :4 \\ \text{Lösungsmenge: } L &= \{-5\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } -2x + 3 &= (x-3)(x-5) - x^2 \\ -2x + 3 &= x^2 - 5x - 3x + 15 - x^2 \\ -2x + 3 &= -8x + 15 \\ 6x + 3 &= 15 \\ 6x &= 12 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(\text{Klammern auflösen}) \\ &(\text{Zusammenfassen}) \\ &| +8x \\ &| -3 \\ &| :2 \\ \text{Lösungsmenge: } L &= \{6\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } -(x+5)^2 + 5x &= -10 - x^2 \\ -(x^2 + 10x + 25) + 5x &= -10 - x^2 \\ -x^2 - 10x - 25 + 5x &= -10 - x^2 \\ -x^2 - 5x - 25 &= -10 - x^2 \\ -5x - 25 &= -10 \\ -5x &= 15 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(\text{Binomische Formel}) \\ &(\text{Klammern auflösen}) \\ &(\text{Zusammenfassen}) \\ &| +x^2 \\ &| +25 \\ &| :(-5) \\ \text{Lösungsmenge: } L &= \{-3\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (2x+3)^2 &= 4(x+9)^2 \\ 4x^2 + 12x + 9 &= 4(x^2 + 18x + 81) \\ 4x^2 + 12x + 9 &= 4x^2 + 72x + 324 \\ 12x + 9 &= 72x + 324 \\ 9 &= 60x + 324 \\ -315 &= 60x \\ -5,25 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(\text{Binomische Formeln}) \\ &(\text{Klammern auflösen}) \\ &| -4x^2 \\ &| -12x \\ &| -324 \\ &| :60 \\ \text{Lösungsmenge: } L &= \{-5,25\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } (x-2)^2 + (x+1)^2 &= 2x^2 + 5x + 33 \\ x^2 - 4x + 4 + x^2 + 2x + 1 &= 2x^2 + 5x + 33 \\ 2x^2 - 2x + 5 &= 2x^2 + 5x + 33 \\ -2x + 5 &= 5x + 33 \\ 5 &= 7x + 33 \\ -28 &= 7x \\ -4 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(\text{Binomische Formeln, Klammern auflösen}) \\ &(\text{Zusammenfassen}) \\ &| -2x^2 \\ &| +2x \\ &| -33 \\ &| :7 \\ \text{Lösungsmenge: } L &= \{-4\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } 2x^2 - (x+3)^2 - (x+2)^2 &= -43 \\ 2x^2 - (x^2 + 6x + 9) - (x^2 + 4x + 4) &= -43 \\ 2x^2 - x^2 - 6x - 9 - x^2 - 4x - 4 &= -43 \\ -10x - 13 &= -43 \\ -10x &= -30 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(\text{Binomische Formeln}) \\ &(\text{Klammern auflösen}) \\ &(\text{Zusammenfassen}) \\ &| +13 \\ &| :(-10) \\ \text{Lösungsmenge: } L &= \{3\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } x^2 - 2(x+1)^2 &= -(x+2)(x-2) + 2x + 6 \\ x^2 - 2(x^2 + 2x + 1) &= -(x^2 - 4) + 2x + 6 \\ x^2 - 2x^2 - 4x - 2 &= -x^2 + 4 + 2x + 6 \\ -x^2 - 4x - 2 &= -x^2 + 2x + 10 \\ -4x - 2 &= 2x + 10 \\ -6x - 2 &= 10 \\ -6x &= 12 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(\text{Binomische Formeln}) \\ &(\text{Klammern auflösen}) \\ &(\text{Zusammenfassen}) \\ &| +x^2 \\ &| -2x \\ &| +2 \\ &| :(-6) \\ \text{Lösungsmenge: } L &= \{-2\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{h) } & -x^2 + (2x+3)^2 = 3(x+14)^2 - 3 \\
 & -x^2 + 4x^2 + 12x + 9 = 3(x^2 + 28x + 196) - 3 \\
 & -x^2 + 4x^2 + 12x + 9 = 3x^2 + 84x + 588 - 3 \\
 & 3x^2 + 12x + 9 = 3x^2 + 84x + 585 \\
 & 12x + 9 = 84x + 585 \\
 & 9 = 72x + 585 \\
 & -576 = 72x \\
 & -8 = x
 \end{aligned}$$

(Binomische Formeln, Klammern auflösen)  
 (Klammern auflösen)  
 (Zusammenfassen)  
 |  $-3x^2$   
 |  $-12x$   
 |  $-585$   
 |  $:72$   
 Lösungsmenge:  $L = \{-8\}$

$$\begin{aligned}
 \text{i) } & -(x-12)^2 + 11(x+6) = (10-x)(x+10) + 32 \\
 & -(x-12)^2 + 11(x+6) = (10-x)(10+x) + 32 \\
 & -(x^2 - 24x + 144) + 11(x+6) = (100 - x^2) + 32 \\
 & -x^2 + 24x - 144 + 11x + 66 = 100 - x^2 + 32 \\
 & -x^2 + 35x - 78 = -x^2 + 132 \\
 & 35x - 78 = 132 \\
 & 35x = 210 \\
 & x = 6
 \end{aligned}$$

(3. Binomische Formel)  
 (Binomische Formeln)  
 (Klammern auflösen)  
 (Zusammenfassen)  
 |  $+x^2$   
 |  $+78$   
 |  $:35$   
 Lösungsmenge:  $L = \{6\}$

$$\begin{aligned}
 \text{j) } & (x+38)(x-38) - (x+15)(x-15) = 17x - 12 \\
 & (x^2 - 1444) - (x^2 - 225) = 17x - 12 \\
 & x^2 - 1444 - x^2 + 225 = 17x - 12 \\
 & -1219 = 17x - 12 \\
 & -1207 = 17x \\
 & -71 = x
 \end{aligned}$$

(Binomische Formeln)  
 (Klammern auflösen)  
 (Zusammenfassen)  
 |  $+12$   
 |  $:17$   
 Lösungsmenge:  $L = \{-71\}$

$$\begin{aligned}
 \text{k) } & -2x + (x-7)^2 = 10(2x+7) + (x+1)^2 - 288 \\
 & -2x + x^2 - 14x + 49 = 20x + 70 + x^2 + 2x + 1 - 288 \\
 & x^2 - 16x + 49 = x^2 + 22x - 217 \\
 & -16x + 49 = 22x - 217 \\
 & 49 = 38x - 217 \\
 & 266 = 38x \\
 & 7 = x
 \end{aligned}$$

(Binomische Formeln, Klammern auflösen)  
 (Zusammenfassen)  
 |  $-x^2$   
 |  $+16x$   
 |  $+217$   
 |  $:38$   
 Lösungsmenge:  $L = \{7\}$

$$\begin{aligned}
 \text{l) } & 3(x+3)^2 = 2(x-3)^2 + (x-3)(x+3) - 72 \\
 & 3(x^2 + 6x + 9) = 2(x^2 - 6x + 9) + (x^2 - 9) - 72 \\
 & 3x^2 + 18x + 27 = 2x^2 - 12x + 18 + x^2 - 9 - 72 \\
 & 3x^2 + 18x + 27 = 3x^2 - 12x - 63 \\
 & 18x + 27 = -12x - 63 \\
 & 30x + 27 = -63 \\
 & 30x = -90 \\
 & x = -3
 \end{aligned}$$

(Binomische Formeln)  
 (Klammern auflösen)  
 (Zusammenfassen)  
 |  $-3x^2$   
 |  $+12x$   
 |  $-27$   
 |  $:30$   
 Lösungsmenge:  $L = \{-3\}$

Abkürzungen:  $L$  = Lösungsmenge,  $\mathbf{Q}$  = Menge der rationalen Zahlen,  $\mathbf{R}$  = Menge der reellen Zahlen.