

# Mathematik-Klassenarbeit

## > Funktionen IV

**Einleitung:** Funktionen sind Abbildungen  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  auf den und in die reellen Zahlen  $\mathbf{R}$ ; u.a. gibt es: Potenzfunktionen ( $f(x) = ax^n$ ), Exponentialfunktionen ( $f(x) = ca^x$ ) ( $a, b, c$  reell,  $n$  als natürliche Zahl). Funktionen können bestimmt werden (Funktionsbestimmung: Ermittlung der reellen Zahlen  $a, b, c$ , der natürlichen Zahl  $n$ ), gezeichnet (Wertetabelle, Graph einer Funktion im  $x$ - $y$ -Koordinatensystem), ausgewertet werden (Punktprobe, Punktbestimmung, Gleichungen vom Typ:  $f(x) = y_0$  auflösen u.ä.).

**Aufgabe 1:** Vereinfache:

- |   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| a) $5^3 \cdot 5$                                | b) $4^3 \cdot 4^{-4}$                          | c) $12^5 \cdot 4^5$                              | d) $\log_2(16)$                                |
| e) $\log_{7,3}(1)$                              | f) $\frac{20^3}{5^3}$                          | g) $\log_4(\sqrt{2^6})$                          | h) $\frac{4^5 \cdot 3^5}{6^5} \cdot 2^{-3}$    |
| i) $\log\left(\frac{1}{100000}\right)$          | j) $\log_2\left(\frac{1}{\sqrt[3]{32}}\right)$ | k) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{8}$                    | l) $\sqrt[3]{5^2} \cdot \sqrt{5} \cdot 5^{-2}$ |
| m) $\log_3\left(\frac{81}{\sqrt[4]{27}}\right)$ | n) $\log_{0,95}(0,95)$                         | o) $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{121}$ | p) $(6^{-4})^{-3} : (2^6)^2$                   |

**Aufgabe 2:** Zeichne die Graphen der folgenden Potenz- und Exponentialfunktionen unter Verwendung einer Wertetabelle ( $-4 \leq x \leq 4$ , Schrittweite: 1 bzw. 0,5) in ein geeignetes  $x$ - $y$ -Koordinatensystem:

- |                           |                                |
|---------------------------|--------------------------------|
| a) $f(x) = 0,1x^4$        | b) $f(x) = \frac{1}{8}x^3 - 2$ |
| c) $f(x) = 2 \cdot 1,1^x$ | d) $f(x) = -0,5^x + 8$         |

**Aufgabe 3:** Löse die folgenden Potenz- und Exponentialgleichungen:

- |                                  |                                 |
|----------------------------------|---------------------------------|
| a) $0,02x^4 = 0,32$              | b) $4x^5 - 16 = 112$            |
| c) $5^x = \frac{1}{125}$         | d) $2 \cdot 4^x + 9 = 11$       |
| e) $3^x = \frac{\sqrt{3}}{9}$    | f) $\frac{x^3}{16} + 4 = 0$     |
| g) $-5 \cdot 2,4^x + 13,8 = 3,3$ | h) $\frac{5}{4}x^6 - 2,5 = 7,5$ |

**Aufgabe 4:** Bestimme die Funktionsgleichungen der Potenzfunktionen  $f(x) = ax^n$ :

- Der Graph der Potenzfunktion verläuft durch die Punkte  $P(1|3)$  und  $Q(3|81)$ .
- Der Graph der Potenzfunktion verläuft durch die Punkte  $P(-4|6,4)$  und  $Q(2|0,4)$ .
- Die Kurvenpunkte  $P(-1|2)$  und  $Q(2|-64)$  liegen auf dem Graphen der Potenzfunktion.

**Aufgabe 5:** Bestimme die Funktionsgleichungen der Exponentialfunktionen  $f(x) = ca^x$ :

- Der Graph der Exponentialfunktion besitzt als Kurvenpunkte  $P(0|2)$  und  $Q(2|4,5)$ .
- Die Kurvenpunkte  $P(-2|32)$ ,  $Q(3|1)$  liegen auf dem Graphen der Exponentialfunktion.
- Der Graph der Exponentialfunktion verläuft durch die Punkte  $P(-3|-\frac{3}{8})$  und  $Q(1|-6)$ .

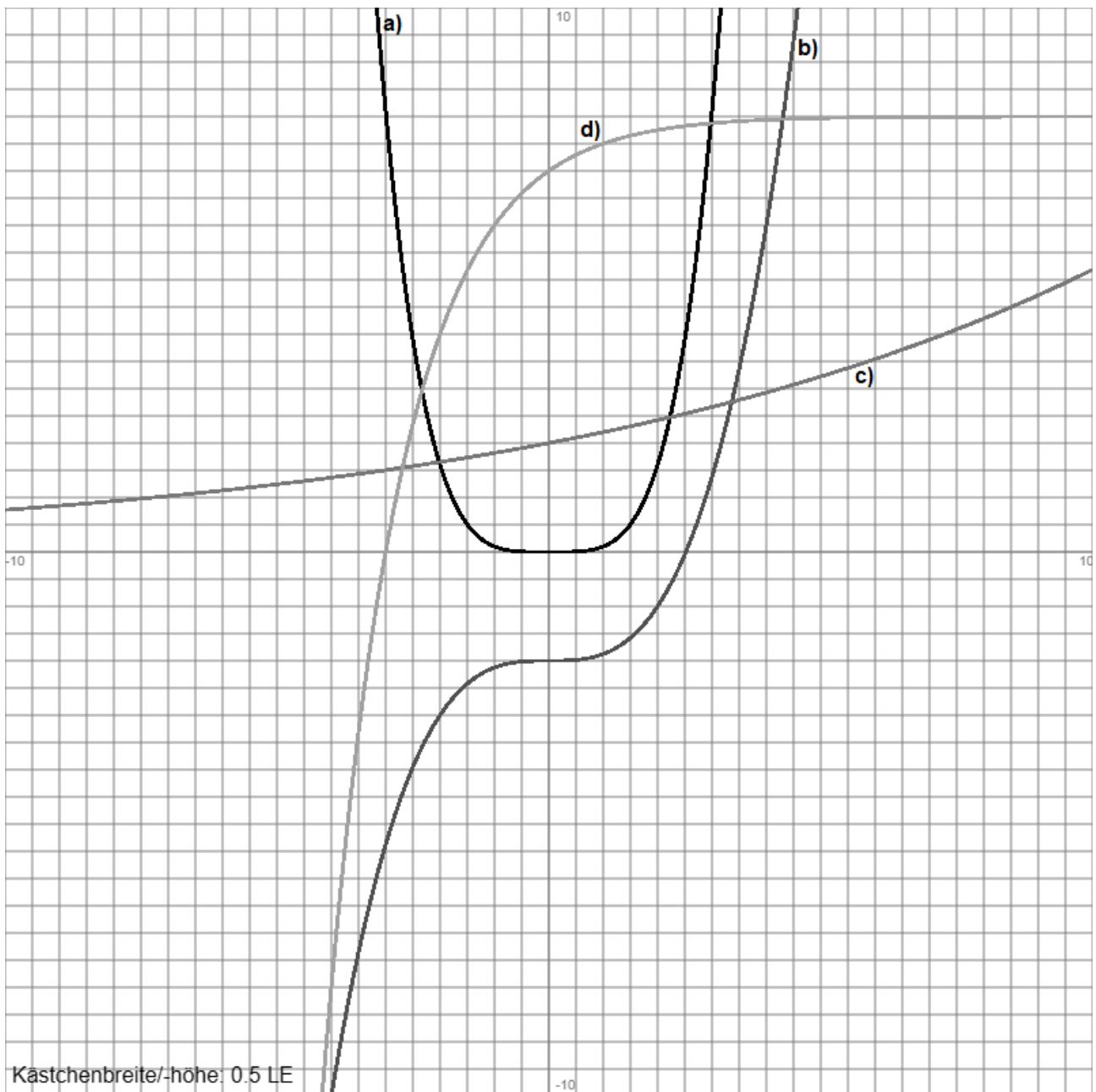
**Aufgabe 6:** In einem See vermehren sich Mückenlarven in den Sommermonaten um jeweils 15 Prozent in der Woche. Naturschützer zählen Anfang Juni 180 Larven pro Kubikmeter Seewasser.

- Bestimme die Anzahl der Larven pro Kubikmeter Anfang Juli und Anfang August.
- Wann finden sich 500 Mückenlarven in einem Kubikmeter Seewasser?
- Berechne die Verdopplungszeit.

**Aufgabe 7:** Die Halbwertszeit des radioaktiven Elements Iseidium beträgt 10 Tage. Zu Beginn sind 800 Gramm dieses Elements vorhanden. Das Element zerfällt nach den Gesetzen des radioaktiv-exponentiellen Zerfalls.

- Wie viel Gramm des Elements bleiben nach 30 Tagen übrig?
- Wann sind nur noch 300 Gramm des radioaktiven Elements vorhanden?

**Lösungen:** 1. Potenzgesetze, Logarithmengesetze -> Vereinfachungen: a)  $5^4$ , b)  $4^7$ , c)  $3^5$ , d) 4, e) 0, f)  $2^6$ , g) 1,5, h) 4, i) -5, j)  $-5/3$ , k) 12, l)  $5^{-5/6}$ , m) 3,25, n) 1, o) 77, p)  $3^{12}$ . – 2. Graphen:



3. Potenzgleichung -> Wurzelziehen/Exponentialgleichung -> Logarithmieren: a)  $x = \pm 2$ , b)  $x = 2$ , c)  $x = -3$ , d)  $x = 0$ , e)  $x = -1,5$ , f)  $x = -4$ , g)  $x = \log_{2,4}(2,1) = 0,8475$ , h)  $x = \pm \sqrt[6]{8} = \pm 1,4142$ . – 4a)  $f(x) = 3x^3$ , b)  $f(x) = x^4/40$ , c)  $f(x) = -2x^5$ . – 5a)  $f(x) = 2 \cdot 1,5^x$ , b)  $f(x) = 8 \cdot 0,5^x$ , c)  $f(x) = -3 \cdot 2^x$ . – 6.  $f(x) = 180 \cdot 1,15^x$  [x: Wochen, f(x): Larven] -> a)  $f(4) = 314,82$ ,  $f(8) = 550,62$  Larven, b)  $f(x) = 500 \rightarrow x = 10,33$  Wochen, c)  $f(x) = 360 \rightarrow x = 4,96$  Wochen. – 7.  $f(x) = 800 \cdot 0,933^x$  [x: Tage, f(x): Gramm] -> a)  $f(30) = 99,894$  Gramm, b)  $f(x) = 300 \rightarrow x = 14,14$  Tage.