

Physikaufgaben

> Mechanik

> Bewegung von Körpern

Aufgabe: Zwei (punktförmige) Körper A und B bewegen sich auf einer geradlinigen Strecke. Körper A fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit von 12 m/s die Strecke entlang und passiert einen ruhenden Körper B; Körper B bewegt sich daraufhin mit einer Beschleunigung von 4 m/s² in dieselbe Richtung wie Körper A.

- Berechne den größten Vorsprung, den Körper A gegenüber Körper B hat.
- Bestimme Zeit und Ort, an dem Körper B Körper A eingeholt hat.
- Nach 10 Sekunden hat Körper B das Ende der Strecke erreicht. Wie groß ist dann der Vorsprung von Körper B gegenüber Körper A, wie viel Zeit später erreicht Körper A das Streckenende?

(Physikalische Einheiten: m = Meter, s = Sekunde)

Lösung: I. Mechanik ist die physikalische Lehre von den Bewegungen eines Körpers in Raum und Zeit. Geradlinige Bewegungen eines Körpers werden bestimmt von: s [m] als Weg, t [s] als Zeit, v

[$\frac{m}{s}$] als Geschwindigkeit und a [$\frac{m}{s^2}$] als Beschleunigung. Es gilt:

a) Gleichförmige Bewegung

$$\text{Beschleunigung: } a = 0 \frac{m}{s^2}$$
$$\text{Konstante Geschwindigkeit: } v = \frac{s}{t}, s = vt, t = \frac{s}{v}$$

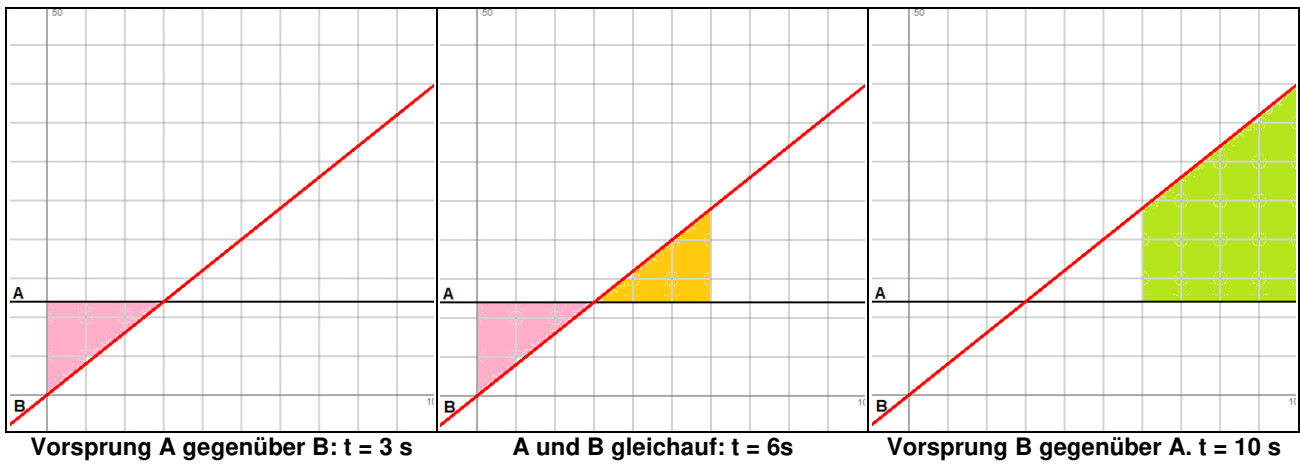
b) Gleichförmig beschleunigte Bewegung:

$$\text{Konstante Beschleunigung: } a = \frac{v}{t}, v = at, t = \frac{v}{a}$$
$$\text{(Durchschnitts-) Geschwindigkeit: } \bar{v} = \frac{s}{t}, s = \bar{v}t, t = \frac{s}{\bar{v}}$$
$$\text{Weg: } s = \frac{1}{2}at^2, a = \frac{2s}{t^2}, t = \sqrt{\frac{2s}{a}}, s = \frac{1}{2}vt, v = \sqrt{2as}$$

II. a) Für Körper A gilt bzgl. Geschwindigkeit und Beschleunigung: $v_A = 12 \text{ m/s}$, $a_A = 0 \text{ m/s}$, für Auto B: $v_{B, \text{Anfang}} = 0 \text{ m/s}$, $a_B = 4 \text{ m/s}^2$. Der Zeitpunkt der Vorbeifahrt von Körper A an Körper B sei $t = 0 \text{ s}$. Solange Körper A eine höhere Geschwindigkeit $v_A = 12 \text{ m/s}$ hat als der beschleunigende Körper B mit $v_B = a_B \cdot t = 4t$, wächst der Vorsprung von Körper A gegenüber Körper B. Der Vorsprung von A ist damit am größten, wenn die Geschwindigkeiten der Körper gleich sind, also: $v_A = v_B$. Dies ist hier der Fall bei:

$$v_A = v_B \Leftrightarrow 12 \text{ m/s} = 4 \text{ m/s}^2 \cdot t \Leftrightarrow t = 3 \text{ s.}$$

Wegen $s_A = v_A \cdot t$ bei konstanter Geschwindigkeit v_A hat Körper A zum Zeitpunkt $t = 3$ insgesamt $s_A = 12 \text{ m/s} \cdot 3 \text{ s} = 36 \text{ m}$ zurückgelegt, Körper B bei gleichmäßig beschleunigter Geschwindigkeit v_B die Strecke $s_B = a_B \cdot t^2 / 2 = 1/2 \cdot 4 \text{ m/s}^2 (3\text{s})^2 = 18 \text{ m}$. Der maximale Vorsprung s von Körper A gegenüber Körper B beträgt also: $s = s_A - s_B = 36 \text{ m} - 18 \text{ m} = 18 \text{ m}$.



b) Es ist: $s_A = v_A \cdot t$, $s_B = a_B \cdot t^2 / 2$. Gleichsetzen $s_A = s_B$ führt auf den Zeitpunkt t , an dem Körper B den Körper A eingeholt hat:

$$s_A = s_B \Leftrightarrow 12t = 1/2 \cdot 4 \cdot t^2 \Leftrightarrow 0 = 2t^2 - 12t \Leftrightarrow 0 = t(2t-12) \Leftrightarrow t = 0, 2t-12 = 0 \Leftrightarrow t = 0, 2t = 12 \Leftrightarrow t = 0, t = 6,$$

also auf: $t = 6$ s. Zu diesem Zeitpunkt haben beide Körper die Strecke $s_A = s_B = 12 \text{ m/s} \cdot 6 \text{ s} = 72 \text{ m}$ zurückgelegt.

c) Für die zurückgelegte Strecke $s_B = a_B \cdot t^2 / 2$ des Körpers B ergibt sich mit $t = 10$ s:

$$s_B = 1/2 \cdot 4 \text{ m/s}^2 (10\text{s})^2 = 200 \text{ m}.$$

Körper A benötigt für die Strecke $s_A = s_B = 200 \text{ m}$ die Zeit:

$$t = s_A / v_A = 200 \text{ m} / 12 \text{ m/s} = 50/3 \text{ s} = 16 \frac{2}{3} \text{ s}.$$

Körper A erreicht also das Streckenende $16 \frac{2}{3} \text{ s} - 10 \text{ s} = 6 \frac{2}{3} \text{ s}$ später als Körper B. Der Vorsprung von Körper B gegenüber Körper A ist damit der Weg s , den Körper A in $t = 6 \frac{2}{3} \text{ s}$ mit der Geschwindigkeit $v_A = 12 \text{ m/s}$ zurücklegt, also:

$$s = v_A \cdot t = 12 \text{ m/s} \cdot 6 \frac{2}{3} \text{ s} = 80 \text{ m}.$$