

Physikaufgaben

> Mechanik

> Rotationsbewegung

Aufgabe: Ein Satellit mit Masse 800 kg bewegt sich einer Höhe von 520 km auf einer kreisförmigen Umlaufbahn um die Erde (Erdradius: $R = 6370 \text{ km}$). Seine Geschwindigkeit beträgt $7,6 \frac{\text{km}}{\text{s}}$.

Wie groß ist die Erdbeschleunigung auf den Satelliten in dieser Höhe?

(Physikalische Einheiten: kg = Kilogramm, km = Kilometer, m = Meter, N = Newton, s = Sekunde)

Lösung: I. Mechanik ist die physikalische Lehre von den Bewegungen eines Körpers in Raum und Zeit. Bei Rotationsbewegungen eines Körpers unterscheiden wir mit r [m] als Radius des Kreises, auf dem die Bewegung ausgeführt wird, s [m] als Weg auf dem Kreis (Bogenlänge), t [s] als Zeit, v [$\frac{\text{m}}{\text{s}}$] als Geschwindigkeit und a [$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$] als Beschleunigung sowie Kraft F [$\text{N} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$]:

Kreisumfang: $U = 2\pi r$ (r [m] als Kreisradius)

Frequenz, Drehzahl (= Anzahl der Umdrehungen n pro Sekunde): $f = n$ [$\text{Hz} = \frac{1}{\text{s}}$]

Periode (= Dauer einer Umdrehung): $T = \frac{1}{f}$ [s], $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$

Drehwinkel: $\varphi = \frac{s}{r}$, $s = \varphi r$

Winkelgeschwindigkeit: $\omega = \frac{\varphi}{t}$, $\varphi = \omega t$, $\varphi = \frac{1}{2} \alpha t^2$, $\omega = 2\pi f$

Winkelbeschleunigung: $\alpha = \frac{\omega}{t}$, $\omega = \alpha t$, $\omega = \sqrt{2\alpha\varphi}$

Weg: $s = \varphi r$

Geschwindigkeit: $v = \frac{s}{t}$, $v = \omega r$, $v = 2\pi f r$

Tangentialbeschleunigung: $a_T = \frac{v}{t}$, $a_T = \alpha r$

Radial-/Zentralbeschleunigung: $a_Z = \frac{v^2}{r}$, $a_Z = \omega^2 r$

Zentral-/Zentripetal-/Zentrifugalkraft: $F_Z = m \cdot a_Z = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$

$$F_Z = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}, T = \sqrt{\frac{4\pi^2 mr}{F_Z}}, m = \frac{T^2 F_Z}{4\pi^2 r}$$

Gewichtskraft: $F_G = m \cdot g_h$ (g_h [$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$] als Erdbeschleunigung in Höhe h über der Erdoberfläche)

II. Zentral- und Gewichtskraft sind gleich, die Gewichtskraft F_G errechnet sich als: $F_G = mg_h$ mit g_h als Erdbeschleunigung in Höhe h über der Erdoberfläche. Wir errechnen zunächst die Zentralbeschleunigung a_z mit: $a_z = \frac{v^2}{R+h}$, wobei $h = 520 \text{ km} = 0,52 \cdot 10^6 \text{ m}$ gilt und $R = 6370 \text{ km} =$

$6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ der Erdradius ist. Es folgt: $a_z = \frac{7600^2}{6,89 \cdot 10^6} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 8,38 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Nun ist $a_z = g_h = 8,38 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Der Satellit ist in der Höhe $h = 520 \text{ km}$ dann $F_G = mg_h = 6704 \text{ N}$ schwer.

III. Wir ergänzen die obige Rechnung noch durch folgende Tabelle:

Tabelle (Gravitationsbeschleunigung):		
Radius/Erde R = 6370 [km]		
Gravitationsbeschleunigung/Oberfläche g = 9.81 [m/s²]		
Abstand/Mittelpunkt h [km]	Abstand/Oberfläche h-R [km]	Gravitationsbeschleunigung g [m/s²]
6370	0	9.81
6400	30	9.7182
6500	130	9.4215
6600	230	9.1382
6700	330	8.8674
6800	430	8.6086
6900	530	8.3608
7000	630	8.1237
7100	730	7.8964
7200	830	7.6786
7300	930	7.4697
7400	1030	7.2692
7500	1130	7.0766
8000	1630	6.2197
9000	2630	4.9143
10000	3630	3.9806
11000	4630	3.2897
12000	5630	2.7643
12700	6330	2.468

und folgende Kurve:

