

Physikaufgaben

> Mechanik

> Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Aufgabe: Ein Körper mit der Masse $m = 2 \text{ kg}$ durchläuft reibungsfrei eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung.

- a) Die Beschleunigung des Körpers beträgt $a = 4 \frac{m}{s^2}$. Welche Kraft wirkt auf den Körper? Wie groß ist seine Geschwindigkeit nach $t = 5 \text{ s}$, wenn die Masse aus der Ruhe beschleunigt wird? Wie groß ist ihr Impuls? Welchen Weg hat der Körper nach 5 s zurückgelegt?
- b) Der aus der Ruhe beschleunigte Körper hat nach $t = 10 \text{ s}$ die Geschwindigkeit $v = 20 \frac{m}{s}$ erreicht. Wie groß sind Beschleunigung und zurückgelegter Weg?
- c) Der aus der Ruhe beschleunigte Körper hat nach $t = 12 \text{ s}$ eine Strecke von $s = 200 \text{ m}$ zurückgelegt. Wie groß sind Beschleunigung und Geschwindigkeit?
- d) Der aus der Ruhe beschleunigte Körper hat bei einer Beschleunigung $a = 2 \frac{m}{s^2}$ eine Strecke von $s = 64 \text{ m}$ zurückgelegt. Berechne die Geschwindigkeit des Körpers, seine Impulsänderung und die kinetische Energie.
- e) Der Impulsänderung des Körpers beträgt $p = 42 \text{ Hy}$ im Zeitraum $t = 4 \text{ s}$. Wie groß ist die Beschleunigung der aus der Ruhe bewegten Masse?
- f) Der Körper hat die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 20 \frac{m}{s}$. Er wird mit einer Beschleunigung von $a = 3 \frac{m}{s^2}$ über $t = 6 \text{ s}$ beschleunigt. Berechne den zurückgelegten Weg und die Endgeschwindigkeit.
- g) Der Körper hat die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 12 \frac{m}{s}$. Er wird mit einer Beschleunigung von $a = 2 \frac{m}{s^2}$ auf eine Geschwindigkeit von $v_1 = 20 \frac{m}{s}$ beschleunigt. Berechne die Zeitdauer der Beschleunigung und den zurückgelegten Weg.
- h) Der Körper hat die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 16 \frac{m}{s}$. Er wird mit einer Beschleunigung von $a = (-) 2 \frac{m}{s^2}$ abgebremst. Berechne Bremsweg und Bremszeit.
- i) Der Körper hat die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 35 \frac{m}{s}$. Er wird mit einer Beschleunigung von $a = (-) 5 \frac{m}{s^2}$ abgebremst. Wann hat der Körper beim Bremsen die Strecke $s = 100 \text{ m}$ zurückgelegt, wie hoch ist seine Restgeschwindigkeit?

(Physikalische Einheiten: $m = \text{Meter}$, $s = \text{Sekunde}$, $\text{Hy} = \text{Huygens}$, $N = \text{Newton}$, $J = \text{Joule}$)

Lösung: I. Gleichförmige Bewegung ist eine geradlinige Bewegung einer Masse $m \text{ [kg]}$ mit kons-

tanter Geschwindigkeit $v \left[\frac{m}{s} \right]$ ohne Beschleunigung ($a = 0 \frac{m}{s^2}$). Dann gelten die Grundformeln der Mechanik der gleichförmigen Bewegung mit s [m] als zurückgelegter Strecke und t [s] als Zeit, dazu mit Impuls p [Hy = $\frac{kg \cdot m}{s}$] und kinetischer Energie W_k [J = Ns = $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$]:

$$\begin{aligned} \text{Geschwindigkeit, Strecke, Zeit: } v &= \frac{s}{t}, s = vt, t = \frac{s}{v} \\ \text{Impuls: } p &= m \cdot v \\ \text{Kinetische Energie: } W_k &= \frac{1}{2} m \cdot v^2 \end{aligned}$$

II. Für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung gilt mit der Beschleunigung $a \left[\frac{m}{s^2} \right]$ und der Kraft F [N = $\frac{kg \cdot m}{s^2}$]:

$$\begin{aligned} \text{Beschleunigung: } a &= \frac{v}{t}, v = at, t = \frac{v}{a} \\ \text{Weg: } s &= \frac{1}{2} at^2, a = \frac{2s}{t^2}, t = \sqrt{\frac{2s}{a}}, s = \frac{1}{2} vt, v = \frac{2s}{t}, t = \frac{2s}{v} \\ s &= \frac{v^2}{2a}, a = \frac{v^2}{2s}, v = \sqrt{2as} \\ \text{Impuls: } p &= m \cdot v, v = \frac{p}{m} \\ \text{Kraft: } F &= m \cdot a, a = \frac{F}{m} \\ F &= \frac{p}{t}, p = Ft, t = \frac{p}{F} \end{aligned}$$

III. a) Es gilt hinsichtlich der Kraft, die auf den Körper mit der Masse $m = 2 \text{ kg}$ wirkt:

$$F = 2kg \cdot 4 \frac{m}{s^2} = 8 \text{ N},$$

die Geschwindigkeit nach $t = 5 \text{ s}$ Beschleunigung beträgt:

$$v = 4 \frac{m}{s^2} \cdot 5s = 20 \frac{m}{s},$$

der Impuls ist zum Zeitpunkt $t = 5 \text{ s}$:

$$p = 2kg \cdot 20 \frac{m}{s} = 40 \text{ Hy}.$$

Der zurückgelegte Weg nach $t = 5s$ errechnet sich als:

$$s = \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{m}{s^2} \cdot (5s)^2 = 50 \text{ m}.$$

b) Die umgestellte Formel $a = \frac{v}{t}$ ergibt die gesuchte Beschleunigung:

$$a = \frac{20 \frac{m}{s}}{10s} = 2 \frac{m}{s^2}.$$

Weiter gilt bzgl. des zurückgelegten Wegs:

$$s = \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{m}{s^2} \cdot (10s)^2 = 100 \text{ m.}$$

c) Es folgt aus: $s = \frac{1}{2} at^2$ die Formel $a = \frac{2s}{t^2}$ und damit bei $t = 12 \text{ s}$, $s = 200 \text{ m}$ für die Beschleunigung:

$$a = \frac{2 \cdot 200m}{(12s)^2} = \frac{400m}{144s^2} = 2,78 \frac{m}{s^2}.$$

Die Geschwindigkeit des Körpers beträgt mit der Beschleunigung $a = 2,78 \frac{m}{s^2}$ nach $t = 12 \text{ s}$:

$$v = 2,78 \frac{m}{s^2} \cdot 12s = 33,33 \frac{m}{s}.$$

d) Mit der Beschleunigung $a = 2 \frac{m}{s^2}$ und der Strecke von $s = 64 \text{ m}$ lässt sich mit $s = \frac{1}{2} at^2 \Leftrightarrow$

$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$ die Zeit berechnen, die der Körper braucht, um die Strecke s beschleunigt zurückzulegen:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 64m}{2 \frac{m}{s^2}}} = \sqrt{64s^2} = 8 \text{ s.}$$

Aus der Zeit folgt die Geschwindigkeit des Körpers:

$$v = 2 \frac{m}{s^2} \cdot 8s = 16 \frac{m}{s},$$

aus der Geschwindigkeit errechnen sich bei Masse $m = 2 \text{ kg}$ Impuls und kinetische Energie:

$$p = 2kg \cdot 16 \frac{m}{s} = 32 \text{ Hy},$$

$$W_k = \frac{1}{2} \cdot 2kg \cdot \left(16 \frac{m}{s}\right)^2 = 256 \text{ J.}$$

e) Es gilt $F = \frac{p}{t}$, so dass sich als auf den Körper einwirkende Kraft bei Impuls $p = 42 \text{ Hy}$ ergibt:

$$F = \frac{42Hy}{4s} = 10,5 \text{ N.}$$

$F = m \cdot a$ Wegen $F = m \cdot a \Leftrightarrow a = \frac{F}{m}$ gilt für die Beschleunigung:

$$a = \frac{10,5N}{2kg} = 5,25 \frac{m}{s^2}.$$

f) Der Körper hat die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 20 \frac{m}{s}$. Er wird mit einer Beschleunigung von

$a = 3 \frac{m}{s^2}$ über $t = 6 \text{ s}$ beschleunigt. Der zurückgelegte Weg setzt sich zusammen aus dem Weg

s_0 , der mit der gleichförmigen Bewegung der Anfangsgeschwindigkeit v_0 zusammenhängt und der berechnet wird als:

$$s_0 = 20 \frac{m}{s} \cdot 6s = 120 \text{ m},$$

und aus dem Weg s_1 , der sich aus der Beschleunigung der Masse ergibt:

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot 3 \frac{m}{s^2} \cdot (6s)^2 = 54 \text{ m}.$$

Insgesamt gilt für die zurückgelegte Strecke:

$$s = s_0 + s_1 = 120 \text{ m} + 54 \text{ m} = 174 \text{ m}.$$

g) Es gilt für Zeitdauer t und Weg s bei der Beschleunigung a des Körpers von der Geschwindigkeit v_0 auf die Geschwindigkeit v_1 :

Geschwindigkeit: $v_1 = v_0 + at$, $a = \frac{v_1 - v_0}{t}$, $t = \frac{v_1 - v_0}{a}$

Weg: $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$, $s = v_0 t + \frac{1}{2} v_1 t$, $s = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a}$, $a = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2s}$

Daraus folgt für Zeit und Weg:

$$t = \frac{20 \frac{m}{s} - 12 \frac{m}{s}}{2 \frac{m}{s^2}} = 4 \text{ s}$$

$$s = 12 \frac{m}{s} \cdot 4s + \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{m}{s^2} \cdot (4s)^2 = 48 \text{ m} + 16 \text{ m} = 64 \text{ m}.$$

h) Die Anfangsgeschwindigkeit des Körpers beträgt $v_0 = 16 \frac{m}{s}$, die Endgeschwindigkeit ist $0 \frac{m}{s}$.

Die Bremszeit $t = \frac{v}{a}$ ergibt sich aus der Beschleunigung $a = (-) 2 \frac{m}{s^2}$ und der Anfangsgeschwindigkeit als:

$$t = \frac{16 \frac{m}{s}}{2 \frac{m}{s^2}} = 8 \text{ s}.$$

Der Bremsweg errechnet sich damit und mit Hilfe der Formel $s = \frac{1}{2} at^2$ als:

$$s = \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{m}{s^2} \cdot (8s)^2 = 64 \text{ m}.$$

i) Aus der Beziehung $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ ergibt sich:

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} at^2 + v_0 t - s = 0 \Leftrightarrow at^2 + 2v_0 t - 2s = 0 \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{-2v_0 + \sqrt{4v_0^2 + 8as}}{2a} = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2as}}{a}$$

aus der Beziehung $s = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a}$ folgt:

$$s = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a} \Leftrightarrow 2as = v_1^2 - v_0^2 \Leftrightarrow v_1^2 = v_0^2 + 2as \Leftrightarrow v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2as} .$$

Damit errechnet sich mit $v_0 = 35 \frac{m}{s}$, $a = -5 \frac{m}{s^2}$, $s = 100 m$:

$$t = \frac{-35 \frac{m}{s} + \sqrt{\left(35 \frac{m}{s}\right)^2 + 2 \cdot (-5) \frac{m}{s^2} \cdot 100m}}{-5 \frac{m}{s^2}} = \frac{-35 \frac{m}{s} + \sqrt{1225 \frac{m^2}{s^2} - 1000 \frac{m^2}{s^2}}}{-5 \frac{m}{s^2}} =$$

$$\frac{-35 \frac{m}{s} + \sqrt{225 \frac{m^2}{s^2}}}{-5 \frac{m}{s^2}} = \frac{-35 \frac{m}{s} + 15 \frac{m}{s}}{-5 \frac{m}{s^2}} = \frac{(-35 + 15) \frac{m}{s}}{-5 \frac{m}{s^2}} = \frac{-20}{-5} s = 4s$$

$$v_1 = \sqrt{35^2 - 2 \cdot 5 \cdot 100} \frac{m}{s} = \sqrt{225} \frac{m}{s} = 15 \frac{m}{s} .$$

Beim Bremsen hat also der Körper nach 4 s die Strecke von 100 m zurückgelegt; er hat dann noch die Geschwindigkeit $v_1 = 15 \frac{m}{s}$.

www.michael-buhlmann.de / 06.2025 / Aufgabe 21