

Karl Ferdinand Braun

Karl Ferdinand Braun (*6. Juni 1850 in Fulda; †20. April 1918 in New York) studierte Mathematik, Physik und Naturwissenschaften an der Marburger Universität und auch in Berlin, um 1872 promoviert zu werden und 1873 das Staatsexamen für Gymnasiallehrer erhielt. Einige Jahre lang (1874/77) war er Gymnasiallehrer in Leipzig, wo ihm experimentell der Nachweis der Existenz von Halbleiterdioden gelang (1874). Seit 1877 war Braun außerordentlicher Professor für theoretische Physik in Marburg, seit 1883 ordentlicher Professor für Physik in Karlsruhe, seit 1885 leitete er Gründung und Aufbau des Physikalischen Instituts der Universität Tübingen, seit 1895 war er Direktor des Physikalischen Instituts der Universität Straßburg. Seine Arbeiten an Funksendern und -empfängern (Schwing- und Antennenkreis bei Sendern, Funkbrücke Cuxhaven-Helgoland 1900) waren Grundlage der nachrichtentechnisch genutzten elektromagnetischen Strahlung, die wiederum finanziell-wirtschaftlich in „Professor Braun's Telegraphie Gesellschaft GmbH“ (1898/1900; 1903 als „Telefunken AG“) ihren Niederschlag fand. In den Zusammenhang mit dem von Braun entwickelten Funk ist auch die 1897 von ihm erfundene Braunsche Röhre zu stellen, eine Kathodenstrahlröhre als evakuierte Glasröhre, die einen durch elektromagnetische Felder in Horizontal- und Vertikalrichtung ablenkbaren Elektronenstrahl erzeugt. Auch ein Zeigerelektroskop soll auf Braun zurückgehen. 1909 erhielt Braun für seine Forschungen den Physiknobelpreis. Zu Beginn des Ersten Weltkriegs (1914-1918) befand sich Braun wegen Patentstreitigkeiten in den USA und wurde in Brooklyn kriegsinterniert. Dort starb er 1918 an den Folgen eines Unfalls. Sein Leichnam wurde 1921 in Fulda beigesetzt.

Geschwindigkeit, Beschleunigung, Kraft, Energie

Zur Darstellung des physikalischen Geschehens in einer Braunschen Röhre ist zunächst auf die Geschwindigkeit, Beschleunigung, Kraft und Energie eines Elektrons als Masse-Teilchen zu verweisen. Innerhalb der Mechanik als Teilgebiet der Physik wird unter bestimmten Voraussetzungen gearbeitet: Die Bewegung eines Körpers im Raum wird zur Bewegung eines Massenpunktes, der Körperbewegung entgegenstehende Kräfte wie z.B. der Luftwiderstand werden vernachlässigt. Unter diesen Bedingungen gelten die Gesetzmäßigkeiten der gleichförmigen und der gleichmäßig beschleunigten Bewegung. Die Geschwindigkeit v [m/s] ist dabei eine den Raum, die Strecke s [m] und die Zeit t [s] verbindende physikalische Größe (Einheiten: m = Meter, s = Sekunde).

Für die gleichförmige Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit gilt:

$$v = \frac{s}{t}, \quad s = vt, \quad t = \frac{s}{v}.$$

Für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit Beschleunigung a [m/s²] ergibt sich:

$$a = \frac{v}{t}, \quad v = at, \quad t = \frac{v}{a}$$

$$s = \frac{1}{2}at^2, \quad a = \frac{2s}{t^2}, \quad t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

$$s = \frac{1}{2}vt, \quad v = \frac{2s}{t}, \quad t = \frac{2s}{v}$$

$$s = \frac{v^2}{2a}, \quad a = \frac{v^2}{2s}, \quad v = \sqrt{2as}.$$

Auf einen Körper der Masse m [kg] (Einheit: kg = Kilogramm) wirkt im Fall einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung mit Beschleunigung a eine Kraft F [N] (Einheit: N = kgm/s² = Newton) vermöge:

$$F = ma, \quad a = \frac{F}{m}.$$

Arbeit oder Energie W [J] (Einheit: J = kgm²/s² = Joule) als Kraft mal Weg äußert sich physikalisch in potentieller oder kinetischer Energie; u.a. besitzt ein Körper mit Masse m und konstanter Geschwindigkeit v die Bewegungsenergie:

$$W = \frac{1}{2}mv^2.$$

Braunsche Röhre: Erzeugen des Elektronenstrahls

Die Braunsche Röhre erzeugt zwischen einer Glühkathode (Heizung) und einer (positiv geladenen) Anode als Elektroden einen Elektronenstrahl, der die evakuierte Glasröhre bis zu einem Leuchtschirm am anderen Ende der Röhre durchläuft. Die Erzeugung des Strahls geschieht dabei über eine Anfangs- oder Beschleunigungsspannung U_a [V] (Einheit: V = Volt; Spannung als Potenzialdifferenz zum Transport elektrischer Ladung). Für ein Elektron e mit Elektronen(ruhe)masse $m_e = 9,10938215 \cdot 10^{-31}$ kg und negativer Elementarladung $q_e = 1,602176487 \cdot 10^{-19}$ C (Einheit: C = Coulomb) bedeutet dies, dass die Beschleunigungsspannung als elektrisches Potenzial dem Elektron die Energie $E = q_e \cdot U_a$ zuordnet. Im Beschleunigungsbereich zwischen Kathode und Anode erreicht das Elektron beim Austritt aus der Anode eine maximale konstante Geschwindigkeit v_x (in x-Richtung), wobei die Bewegungsenergie $W = \frac{1}{2}m_e v_x^2$ des Elektrons mit der durch das elektrische Potenzial verursachten Energie identisch ist; es gilt damit für diese Geschwindigkeit:

$$E = W \Leftrightarrow q_e \cdot U_a = \frac{1}{2}m_e v_x^2 \Leftrightarrow 2 q_e \cdot U_a = m_e v_x^2 \Leftrightarrow v_x^2 = \frac{2q_e U_a}{m_e} \Leftrightarrow v_x = \sqrt{\frac{2q_e U_a}{m_e}}.$$

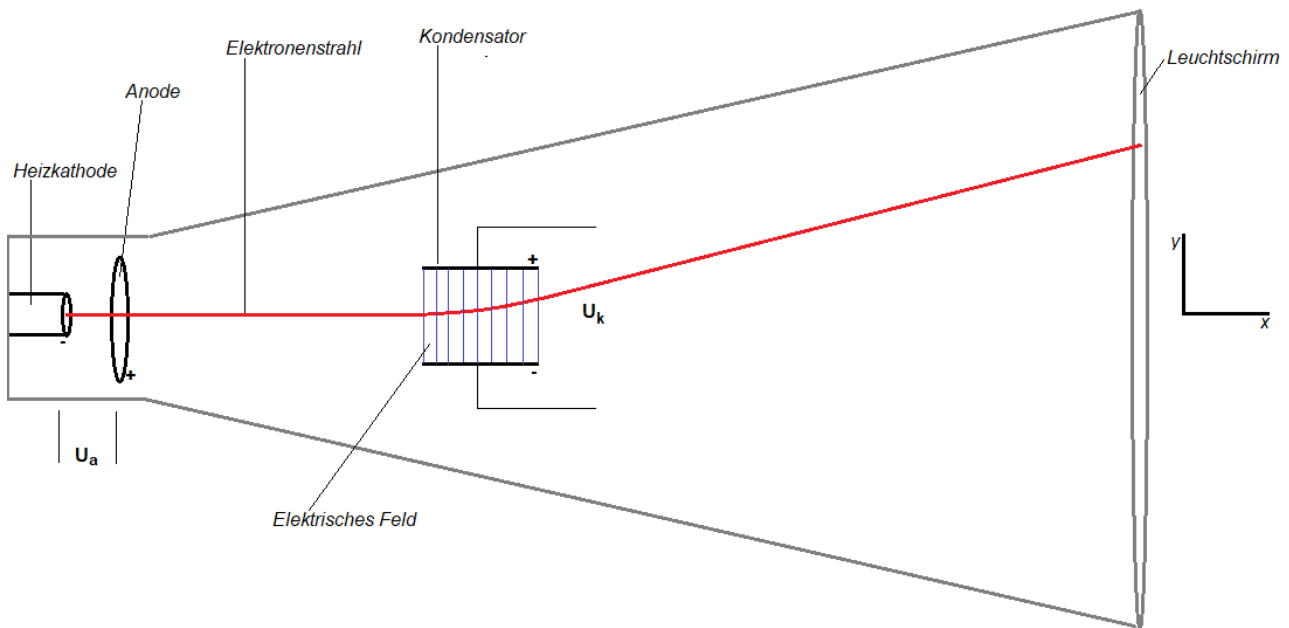
Tabelle: Beschleunigungsspannung, Energie und Geschwindigkeit

Beschleunigungsspannung U_a [V]	Austrittsenergie E [J]	Austrittsgeschwindigkeit v_x [m/s]
100	$1,602 \cdot 10^{-17}$	$5,931 \cdot 10^6$
200	$3,204 \cdot 10^{-17}$	$8,387 \cdot 10^6$
400	$6,408 \cdot 10^{-17}$	$1,186 \cdot 10^7$
500	$8,01 \cdot 10^{-17}$	$1,326 \cdot 10^7$
800	$1,2816 \cdot 10^{-16}$	$1,677 \cdot 10^7$
1000	$1,602 \cdot 10^{-16}$	$1,875 \cdot 10^7$
2000	$3,204 \cdot 10^{-16}$	$2,652 \cdot 10^7$
5000	$8,01 \cdot 10^{-16}$	$4,194 \cdot 10^7$

Die Geschwindigkeiten der Elektronen in der Braunschen Röhre können also – je nach Größe der Anfangsspannung – bis zu 15 Prozent der Lichtgeschwindigkeit erreichen. Die Strecke s_x , die ein Elektron ab der Anode in sog. x-Richtung in einer Zeit t zurücklegt, berechnet sich wegen der konstanten Geschwindigkeit v als:

$$s_x = v_x \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{s_x}{v_x}$$

(gleichförmige Bewegung).



Kondensatoren

Ein (Platten-) Kondensator speichert elektrische Energie. Ein Kondensator wird mit Hilfe einer Spannungsquelle mit Potenzialdifferenz U [V] geladen. Dann gilt bzgl. der elektrischen Ladung Q [C] auf dem Kondensator und der Kapazität C [F] (Einheit: $F = C/V = \text{Farad}$) als Vermögen des Kondensators, Ladung zu speichern:

$$Q = CU, \quad C = \frac{Q}{U},$$

zudem bei einem Plattenkondensator mit Plattenfläche A und Plattenabstand d :

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d},$$

wobei ϵ_0 die absolute Dielektrizitätskonstante (als elektrische Feldkonstante) mit $\epsilon_0 = 8,85418781762 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$ [oder: $\frac{C}{Vm}$, $\frac{C^2}{Nm^2}$], ϵ_r die dimensionslose Dielektrizitätszahl (als relative Permittivität) eines Dielektrikums, eines Stoffes zwischen den Kondensatorplatten, ist (in der Braunschen Röhre: $\epsilon_r = 1$ bei Vakuum [und Luft]). Es folgt noch für die auf einer Kondensatorplatte befindliche Ladung:

$$Q = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d} U.$$

Die in einem Kondensator gespeicherte elektrische potenzielle Energie W [J] errechnet sich als:

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} QU.$$

Die konstante Stärke E des homogenen elektrischen Feldes zwischen den Kondensatorplatten beträgt:

$$E = \frac{U}{d} \left[\frac{V}{m} \right].$$

Daraus ergibt sich als elektrische Kraft F_{el} [N], die auf eine Ladung Q [C] im elektrischen

Feld zwischen den Kondensatorplatten wirkt:

$$F_{el} = EQ = \frac{U}{d} Q.$$

Braunsche Röhre: Ablenkung des Elektronenstrahls

Die Braunsche Röhre enthält Ablenkplatten, die den geradlinig verlaufen Elektronenstrahl in y-Richtung ablenken können. Die Ablenkplatten stellen einen geladenen Kondensator dar, an dem die Spannung U_k anliegt. Positive und negative Ladungen auf den jeweiligen Kondensatorplatten lassen ein homogenes elektrisches Feld mit Feldstärke E [V/m] entstehen, das auf ein Elektron, das sich auf dem Weg durch den Kondensator befindet, einwirkt. Das Elektron wird durch die elektrische Kraft beschleunigend in y-Richtung zur positiv geladenen Kondensatorplatte abgelenkt.

Ist der Kondensator z.B. ein Plattenkondensator mit Länge b , so befindet sich das Elektron mit seiner konstanten Geschwindigkeit v_x genau im Zeitraum $t = b/v_x$ [s] im homogenen elektrischen Feld (gleichförmige Bewegung in x-Richtung). Dort erfährt es die elektrische Kraft:

$$F_{el} = q_e \cdot E = a \cdot m_e$$

als mechanische Kraft mit der Beschleunigung:

$$a = \frac{q_e E}{m_e} = \frac{q_e \cdot \frac{U_k}{d}}{m_e} = \frac{q_e}{m_e} \cdot \frac{U_k}{d}.$$

Die Auslenkung s_y des Elektrons im Kondensator, also vom Zeitpunkt $t = 0$ s bis zum Zeitpunkt $t = b/v_x$, beträgt:

$$s_y = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_e}{m_e} \cdot \frac{U_k}{d} \cdot t^2 \quad \text{bzw.} \quad s_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_e}{m_e} \cdot \frac{U_k}{d} \cdot \frac{s_x^2}{v_x^2}$$

(wegen: $t = s_x/v_x$). Die maximale Auslenkung des Elektrons im Kondensator ist zum Zeitpunkt $t = b/v_x$ erreicht mit:

$$s_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_e}{m_e} \cdot \frac{U_k}{d} \cdot \frac{b^2}{v_x^2}.$$

Nach Verlassen des Kondensators folgt das Elektron wieder einer geradlinigen Bewegung.

Aufgabenbeispiele

a) Bei einer Beschleunigungsspannung von $U_a = 1000$ V = 1 kV ergibt sich als konstante Geschwindigkeit eines Elektrons innerhalb einer Braunschen Röhre:

$$v_x = \sqrt{\frac{2q_e U_a}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3}{9,109 \cdot 10^{-31}}} = \sqrt{3,517 \cdot 10^{14}} = 1,875 \cdot 10^7 \text{ m/s.}$$

Das Elektron durchläuft dabei zwei (positiv, negativ geladene) Ablenkplatten, die jeweils quadratisch mit Seitenlänge $b = 5$ cm = 0,05 m sind und einen Abstand von $d = 2$ cm = 0,02 m zueinander haben, so dass der Kondensator über eine Kapazität von:

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d} = \frac{1 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}}{0,02} = 1,107 \cdot 10^{-12} \text{ F.}$$

verfügt (Flächeninhalt der Kondensatorplatten: $A = 0,05^2 = 0,0025$ m², Abstand, $\epsilon_r = 1$ bei Vakuum). An den Ablenkplatten liegt eine Spannung von $U_k = 120$ V an, die auf einer Kondensatorplatte befindliche Ladung errechnet sich als:

$$Q = C \cdot U = 1,107 \cdot 10^{-12} \cdot 120 = 1,328 \cdot 10^{-10} \text{ C.}$$

Das homogene elektrische Feld zwischen den Ablenkplatten hat die elektrische Feldstärke:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{120}{0,02} = 6000 \text{ V/m.}$$

Bei einer Länge der Ablenkplatten von $b = 0,05 \text{ m}$ benötigt das Elektron bei der ermittelten Geschwindigkeit von $v_x = 1,875 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ zum Passieren der Ablenkvorrichtung genau:

$$t = \frac{b}{v_x} = \frac{0,05}{1,875 \cdot 10^7} = 2,667 \cdot 10^{-9} \text{ s.}$$

In dieser Zeit wirkt durch das elektrische Feld eine elektrische Kraft auf das Elektron ein:

$$F_{el} = q_e \cdot E = 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 6000 = 9,612 \cdot 10^{-16} \text{ N,}$$

was einer Beschleunigung von

$$a = \frac{F_{el}}{m_e} = \frac{q_e}{m_e} \cdot \frac{U_k}{d} = 1,055 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2$$

entspricht. Das Elektron wird durch die beschleunigende Kraft im Kondensator um

$$s_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_e}{m_e} \cdot \frac{U_k}{d} \cdot \frac{b^2}{v_x^2} = 3,752 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0,3752 \text{ cm}$$

aus der geradlinigen Bewegung heraus abgelenkt. Dies entspricht einem Auslenkungswinkel δ von:

$$\tan(\delta) = 3,752 \cdot 10^{-3} / 0,05 = 0,07504 \Rightarrow \delta = \tan^{-1}(0,07504) = 4,29^\circ.$$

Was die Auslenkung durch die elektrische Kraft anbetrifft, so ist Letztere um rund ein 10^{14} -Faches größer als die auf die das Elektron wirkende Gewichtskraft:

$$F_G = m_e \cdot g = 9,109 \cdot 10^{-31} \cdot 9,81 = 8,936 \cdot 10^{-30} \text{ N,}$$

die während des Aufenthalts des Elektrons im Kondensator nur eine Auslenkung von

$$s_G = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{b^2}{v_x^2} = 0,5 \cdot 9,81 \cdot (2,667 \cdot 10^{-9})^2 = 3,489 \cdot 10^{-17} \text{ m} = 3,489 \cdot 10^{-15} \text{ cm}$$

bewirkt (Erdbeschleunigung: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$). Die Gravitationseinwirkung auf das Elektron ist also – was den Weg des Elektrons in der Braunschen Röhre anbetrifft – zu vernachlässigen.

b) Die Auslenkung eines Elektrons in y-Richtung innerhalb der Ablenkplatten einer Braunschen Röhre ist abhängig von der Ausgangs- und der Kondensatorspannung U_a , U_k . Wird die Elektronengeschwindigkeit in x-Richtung $v_x = \sqrt{\frac{2q_e U_a}{m_e}}$ nämlich in die Formel $s_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_e}{m_e} \cdot \frac{U_k}{d} \cdot \frac{b^2}{v_x^2}$ für die

Ablenkung in y-Richtung eingesetzt, so ergibt sich:

$$s_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_e}{m_e} \cdot \frac{U_k}{d} \cdot \frac{b^2}{v_x^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_e}{m_e} \cdot \frac{U_k}{d} \cdot \frac{b^2}{\sqrt{\frac{2q_e U_a}{m_e}}^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_e}{m_e} \cdot \frac{U_k}{d} \cdot \frac{b^2}{\frac{2q_e U_a}{m_e}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{U_k}{d} \cdot \frac{b^2}{U_a} = \frac{1}{4} \cdot \frac{b^2}{d} \cdot \frac{U_k}{U_a}$$

(Abstand d und Länge b der Ablenkplatten). Offensichtlich ist die Elektronenablenkung proportional zur Kondensatorspannung U_k und umgekehrt proportional zur Beschleunigungsspannung U_a . Der Faktor b^2/d hängt nur von den den Ablenkplatten innewohnenden Maßen ab.

Beträgt nun bei einer Beschleunigungsspannung $U_a = 200 \text{ V}$ und einer Kondensatorspannung $U_k = 100 \text{ V}$, die Auslenkung in y-Richtung $s_y = 1,5 \text{ cm} = 0,015 \text{ m}$, so ist der Proportionalitätsfaktor

$$K = \frac{1}{4} \cdot \frac{b^2}{d} :$$

$$0,015 = K \cdot \frac{100}{200} \Leftrightarrow K = 0,03,$$

der mithin die charakteristischen Eigenschaften (Länge, Abstand) der Ablenkplatten abbildet. In

derselben Braunschen Röhre führt eine veränderte Ausgangsspannung $U_a = 400 \text{ V}$ zu einer veränderten Auslenkung:

$$s_y = K \cdot \frac{U_k}{U_a} = 0,03 \cdot 100/400 = 0,0075 \text{ m} = 0,75 \text{ cm}.$$

Ist bei einer Beschleunigungsspannung $U_a = 200 \text{ V}$ die Auslenkung $s_y = 3 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$ doppelt so groß, so beträgt die Spannung an den Ablenkplatten U_k :

$$s_y = K \cdot \frac{U_k}{U_a} \Leftrightarrow U_k = s_y \cdot \frac{U_a}{K} = 0,03 \cdot 200/0,03 = 200 \text{ V}.$$

Hat in derselben Braunschen Röhre die Geschwindigkeit des Elektrons in x-Richtung den Wert $v_x = 10000000 \text{ m/s} = 10^7 \text{ m/s}$, so errechnet sich die Anfangsspannung U_a :

$$v_x = \sqrt{\frac{2q_e U_a}{m_e}} \Leftrightarrow \frac{2q_e U_a}{m_e} = v_x^2 \Leftrightarrow U_a = \frac{m_e v_x^2}{2q_e} = \frac{9,109 \cdot 10^{-31} \cdot (10^7)^2}{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}} = 284,3 \text{ V}.$$

Bei einer unveränderten Kondensatorspannung $U_k = 100 \text{ V}$ ergibt sich nun als Auslenkung in y-Richtung:

$$s_y = K \cdot \frac{U_k}{U_a} = 0,03 \cdot \frac{100}{284,3} = 0,01055 \text{ m} = 1,055 \text{ cm}.$$

Literaturhinweise: https://de.wikipedia.org/wiki/Ferdinand_Braun, <https://de.wikipedia.org/wiki/Kathodenstrahlröhre> (Karl Ferdinand Braun, Braunsche Röhre); DIEHL, B., ERB, R., HEISE, H. u.a., Physik. Oberstufe. Kursstufe Baden-Württemberg, Berlin 2010, S.24f, 30f, 47.