

# Mathematik > Vektorrechnung > Spiegelungen allgemein

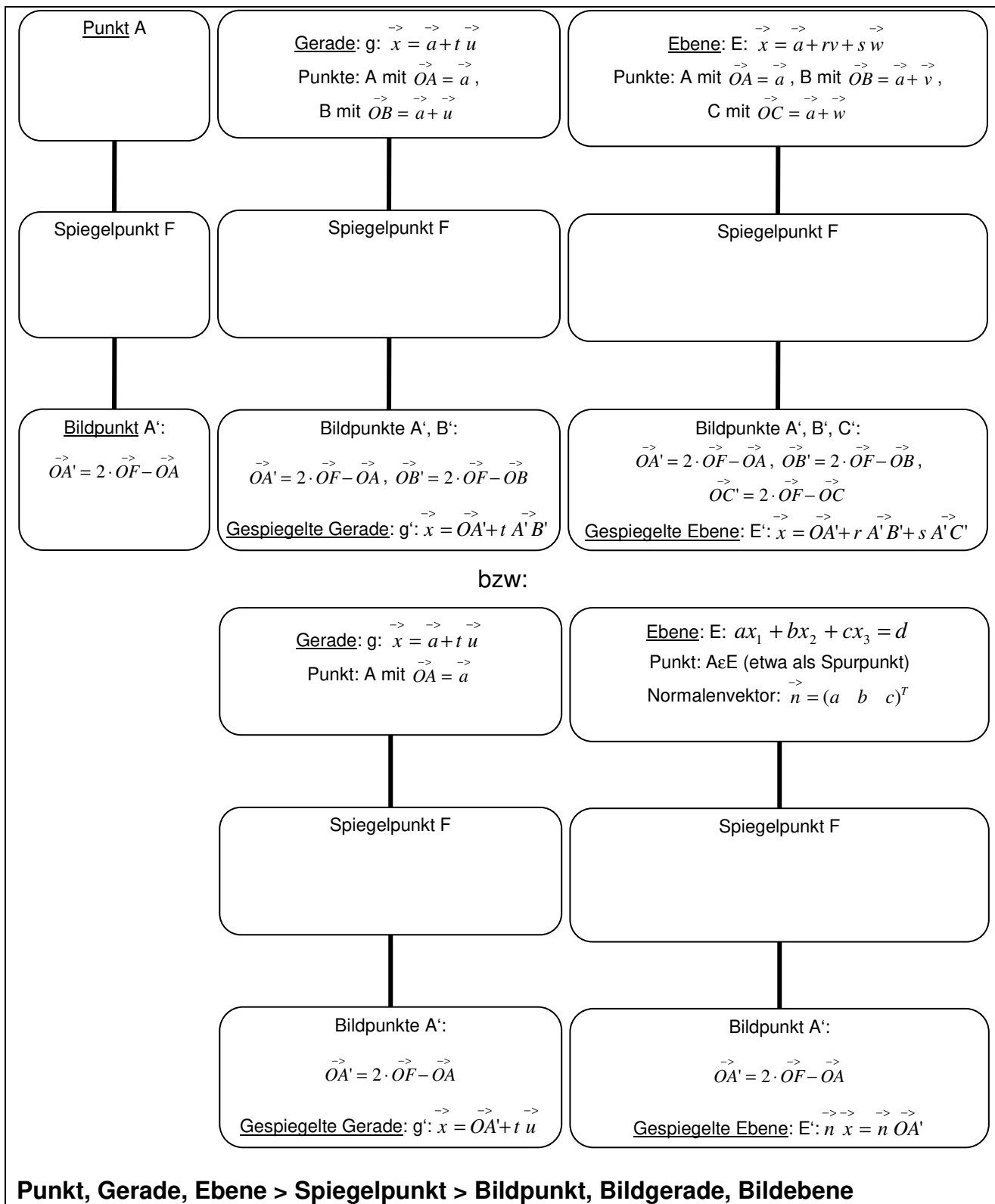
## Einleitung

Punkte  $P(p_1|p_2|p_3)$  lassen sich im dreidimensionalen reellen Vektorraum  $\mathbf{R}^3$  identifizieren mit Ortsvektoren  $\vec{OP}$  (mit:  $O(0|0|0)$  als Koordinatenursprung), Linearkombinationen von Vektoren sind Geraden  $g: \vec{x} = \vec{a} + t \vec{u}$ ,  $g_1: \vec{x} = \vec{a}_1 + s \vec{u}_1$ ,  $g_2: \vec{x} = \vec{a}_2 + t \vec{u}_2$  und Ebenen  $E: \vec{x} = \vec{b} + r \vec{v} + s \vec{w}$ ,  $E_1: \vec{x} = \vec{b}_1 + r \vec{v}_1 + s \vec{w}_1$ ,  $E_2: \vec{x} = \vec{b}_2 + t \vec{v}_2 + u \vec{w}_2$  (mit Stützvektoren, Richtungs- und Spannvektoren sowie den reellen Parametern). Geraden liegen nur in Parameterform vor, bei den Ebenen ergeben sich die Formen:  $E: \vec{x} = \vec{b} + r \vec{v} + s \vec{w}$  (Parameterform),  $E: \vec{n} \cdot \begin{pmatrix} \vec{x} - \vec{p} \end{pmatrix} = 0$  (Normalenform),  $E: \vec{n} \cdot \begin{pmatrix} \vec{x} - \vec{p} \end{pmatrix} = 0$  (Hesse'sche Normalenform),  $E: ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$  (Koordinatenform) (unter Beachtung des Skalar- und Kreuzprodukts zwischen den Vektoren).

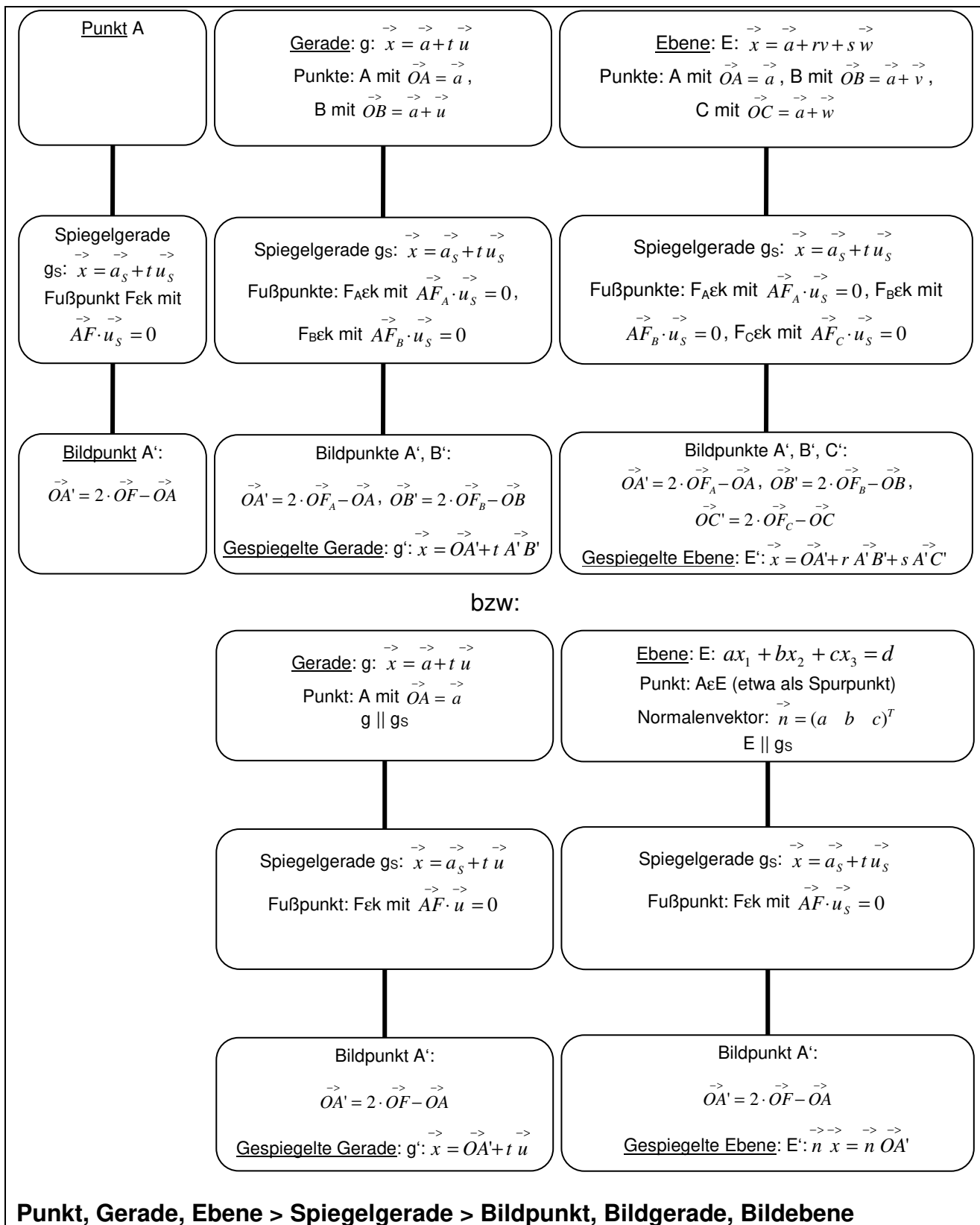
Es gilt dann für die Spiegelungen von Punkten, Geraden und Ebenen an Punkten, Geraden und Ebenen: Punkt  $\rightarrow$  Spiegelpunkt/-gerade/-ebene  $\rightarrow$  Bildpunkt; Gerade  $\rightarrow$  2 Punkte auf der Geraden)  $\rightarrow$  Spiegelpunkt/-gerade/-ebene  $\rightarrow$  Bildpunkte  $\rightarrow$  gespiegelte Gerade; Ebene  $\rightarrow$  3 Punkte auf der Ebene  $\rightarrow$  Spiegelpunkt/-gerade/-ebene  $\rightarrow$  Bildpunkte  $\rightarrow$  gespiegelte Ebene. Gespiegelt wird nach immer der gleichen Vorgehensweise: Ist A ein zu spiegelnder Punkt und F der Punkt, um den gespiegelt wird, bzw. der Lotpunkt zu A auf Spiegelgeraden bzw. Spiegelebene, so ergibt sich der Bildpunkt A' als:

$$\vec{OA}' = \vec{OA} + 2 \cdot \vec{AF}, \quad \vec{OA}' = \vec{OF} + \vec{AF}, \quad \vec{OA}' = 2\vec{OF} - \vec{OA} \quad (\underline{\text{Spiegelformel}}).$$

# Punktspiegelung

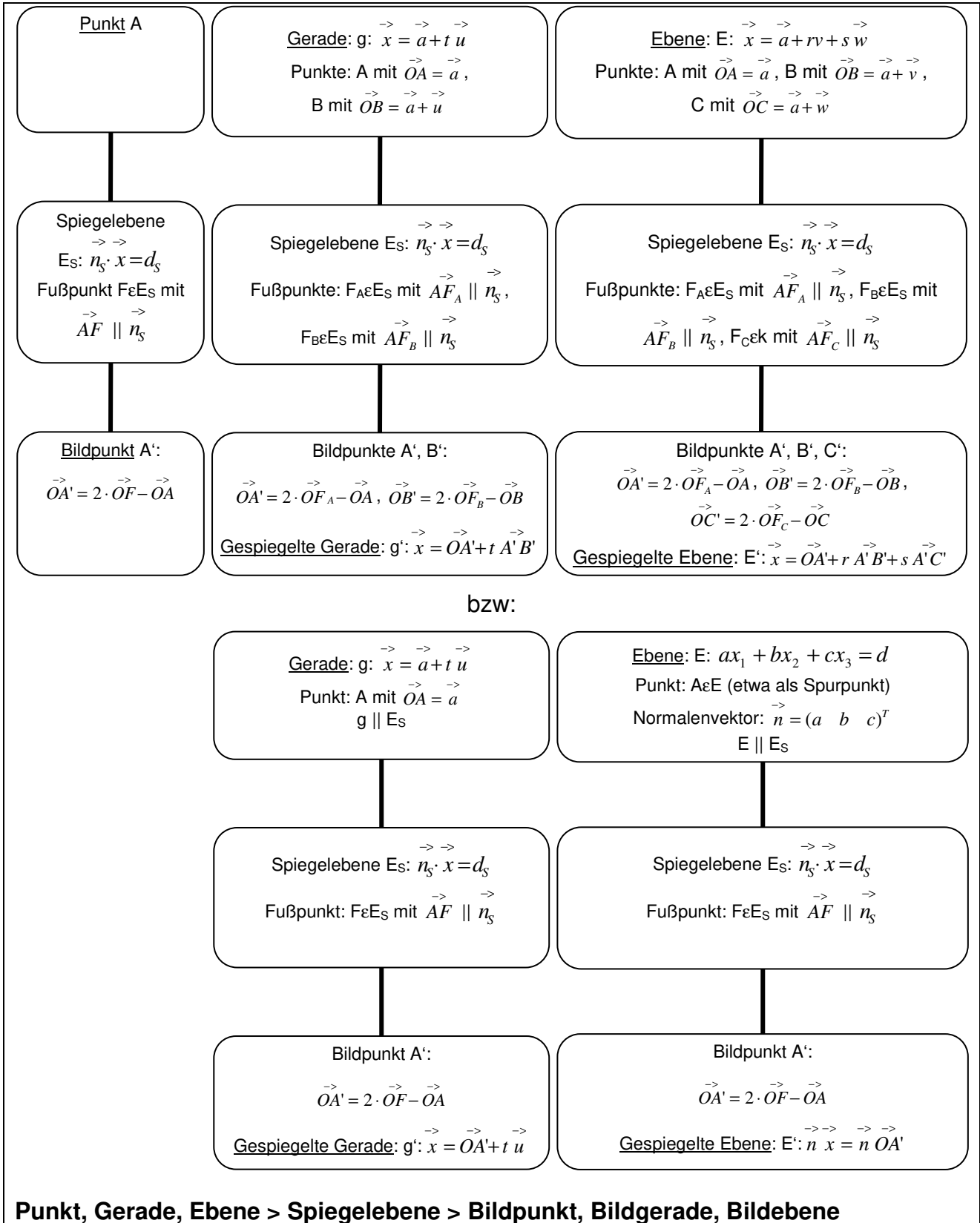


# Geradenspiegelung



**Punkt, Gerade, Ebene > Spiegelgerade > Bildpunkt, Bildgerade, Bildebene**

# Ebenenspiegelung



**Punkt, Gerade, Ebene > Spiegelebene > Bildpunkt, Bildgerade, Bildebene**