Michael Buhlmann

Mathematik > Wahrscheinlichkeitsrechnung > kompakt

Zufallsexperiment: Zufallsversuch mit nicht vorher bestimmten Ergebnis ->
Ergebnismenge S = {a_1, … a_n} -> Ereignisse als Teilmengen der Ergebnismenge A, B, … ⊂ S ->
A∩B = Ereignis „A und B“, A∪B = Ereignis „A oder B“, $\overline{A}$ = Ereignis „nicht A“ (Gegenereignis),
S = sicheres Ereignis, {} = unmögliches Ereignis

Fakultät: $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n$, Binominialkoeffizient: $\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)}{1\cdot 2\cdot\ldots\cdot k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

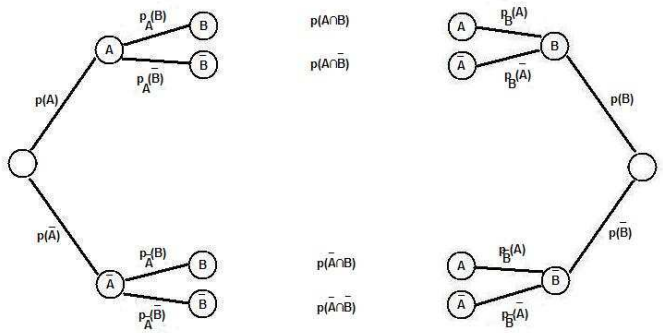
Kombinatorik: „Aus n Elementen werden k ausgewählt.“ ->
a) mit Zurücklegen, mit Berücksichtigung der Reihenfolge: n^k Möglichkeiten,
b) mit Zurücklegen, ohne Berücksichtigung der Reihenfolge: $\binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-k)!}$ Möglichkeiten,
c) ohne Zurücklegen, mit Berücksichtigung der Reihenfolge: $\binom{n}{k} \cdot k! = \frac{n!}{(n-k)!}$ Möglichkeiten,
d) ohne Zurücklegen, ohne Berücksichtigung der Reihenfolge: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ Möglichkeiten

Permutationen: „n Elemente werden angeordnet“ -> a) alle Elemente sind verschieden: n! Möglichkeiten,
b) je n_i Elemente sind gleich, i = 1, 2, … r; $n_1 + n_2 + \ldots + n_r = n$: $\frac{n!}{n_1! \cdot \ldots \cdot n_r!}$ Möglichkeiten

Wahrscheinlichkeit: relative Häufigkeit als die einem Ereignis A zugeordnete Zahl -> $p(A) = p = \frac{g}{n}$
mit: g = Anzahl der günstigen Versuchsergebnisse, n = Anzahl der möglichen Versuchsergebnisse ->
0 ≤ p ≤ 1, 1–p (Gegenwahrscheinlichkeit), p(S) = 1, p({}) = 0

Additionssatz: $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$,
$p(A) + p(\overline{A}) = 1$, $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$ (A∩B = {})

Wahrscheinlichkeitsbaum: 1-, 2-, …, n-stufig ->



Vierfeldertafel:

	A	$\overline{A}$	
B	p($A \cap B$)	p($\overline{A} \cap B$)	p(B)
$\overline{B}$	p($A \cap \overline{B}$)	p($\overline{A} \cap \overline{B}$)	p($\overline{B}$)
	p(A)	p($\overline{A}$)	1

Pfadregeln für Wahrscheinlichkeitsbäume: a) Pfad A->B, p_1 = p(A), p_2 = p(B) -> p(A∩B) = $p_1 p_2$;
b) mehrere Pfade -> Wahrscheinlichkeit als Summe der Wahrscheinlichkeiten der Pfade

Bedingte Wahrscheinlichkeit: $p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$

Stochastische Unabhängigkeit/Abhängigkeit: $p(A) \cdot p(B) = p(A \cap B)$, $p(A) \cdot p(B) \neq p(A \cap B)$

Zufallsvariable: X als reelle Abbildung zur Beschreibung des Zufallsexperiments -> X(a_1) = x_1, … mit Ergebnissen a_1, … -> Wahrscheinlichkeitsverteilung: x_1: p(X=x_1), x_2: p(X=x_2), … ->
Erwartungswert E(X) = x_1p(X=x_1) + x_2p(X=x_2) + …

Bernoulli-Experiment: p Grundwahrscheinlichkeit, n Gesamtanzahl, Zufallsvariable X als Anzahl eines günstigen Ergebnisses -> $p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ -> p(X>k) = 1 – p(X≤k) u.ä.