

Mathematik > Wahrscheinlichkeitsrechnung > kompakt

Zufallsexperiment: Zufallsversuch mit nicht vorher bestimmten Ergebnis -> Ergebnismenge $S = \{a_1, \dots, a_n\}$ -> Ereignisse als Teilmengen der Ergebnismenge $A, B, \dots \subset S$ -> $A \cap B$ = Ereignis „A und B“, $A \cup B$ = Ereignis „A oder B“, \bar{A} = Ereignis „nicht A“ (Gegenereignis), S = sicheres Ereignis, $\{\}$ = unmögliches Ereignis

Fakultät: $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$, **Binomialkoeffizient:**
$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Kombinatorik: „Aus n Elementen werden k ausgewählt.“ ->

- a) mit Zurücklegen, mit Berücksichtigung der Reihenfolge: n^k Möglichkeiten,
- b) mit Zurücklegen, ohne Berücksichtigung der Reihenfolge: $\binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-k)!}$ Möglichkeiten,
- c) ohne Zurücklegen, mit Berücksichtigung der Reihenfolge: $\binom{n}{k} \cdot k! = \frac{n!}{(n-k)!}$ Möglichkeiten,
- d) ohne Zurücklegen, ohne Berücksichtigung der Reihenfolge: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ Möglichkeiten

Permutationen: „n Elemente werden angeordnet“ -> a) alle Elemente sind verschieden: $n!$ Möglichkeiten,

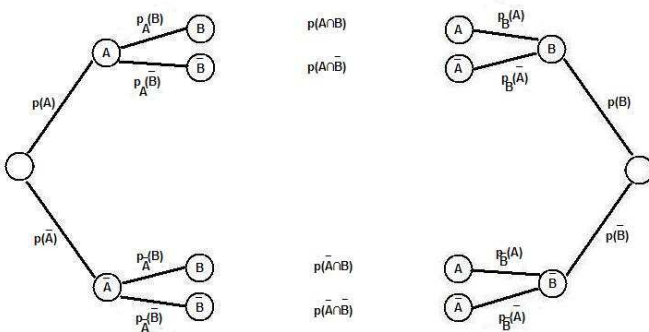
b) je n_i Elemente sind gleich, $i = 1, 2, \dots, r$; $n_1 + n_2 + \dots + n_r = n$:
$$\frac{n!}{n_1! \cdot \dots \cdot n_r!}$$
 Möglichkeiten

Wahrscheinlichkeit: relative Häufigkeit als die einem Ereignis A zugeordnete Zahl -> $p(A) = p = \frac{g}{n}$

mit: g = Anzahl der günstigen Versuchsergebnisse, n = Anzahl der möglichen Versuchsergebnisse -> $0 \leq p \leq 1$, $1-p$ (Gegenwahrscheinlichkeit), $p(S) = 1$, $p(\{\}) = 0$

Additionssatz: $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$,
 $p(A) + p(\bar{A}) = 1$, $p(A \cup \bar{A}) = p(A) + p(\bar{A})$ ($A \cap \bar{A} = \{\}$)

Wahrscheinlichkeitsbaum: 1-, 2-, ..., n-stufig ->



Vierfeldertafel:

	A	\bar{A}	
B	$p(A \cap B)$	$p(\bar{A} \cap B)$	$p(B)$
\bar{B}	$p(A \cap \bar{B})$	$p(\bar{A} \cap \bar{B})$	$p(\bar{B})$
	$p(A)$	$p(\bar{A})$	1

Pfadregeln für Wahrscheinlichkeitsbäume: a) Pfad A->B, $p_1 = p(A)$, $p_2 = p(B)$ -> $p(A \cap B) = p_1 p_2$;
 b) mehrere Pfade -> Wahrscheinlichkeit als Summe der Wahrscheinlichkeiten der Pfade

Bedingte Wahrscheinlichkeit:
$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

Stochastische Unabhängigkeit/Abhängigkeit: $p(A) \cdot p(B) = p(A \cap B)$, $p(A) \cdot p(B) \neq p(A \cap B)$

Zufallsvariable: X als reelle Abbildung zur Beschreibung des Zufallsexperiments -> $X(a_1) = x_1, \dots$ mit Ergebnissen a_1, \dots -> Wahrscheinlichkeitsverteilung: $x_1: p(X=x_1), x_2: p(X=x_2), \dots$ -> Erwartungswert $E(X) = x_1 p(X=x_1) + x_2 p(X=x_2) + \dots$

Bernoulli-Experiment: p Grundwahrscheinlichkeit, n Gesamtanzahl, Zufallsvariable X als Anzahl eines günstigen Ergebnisses ->
$$p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$
 -> $p(X > k) = 1 - p(X \leq k)$ u.ä.